

**Untersuchungen über Weitwinkelobjektive
unter besonderer Berücksichtigung
der Bildfehler 3. Ordnung in der Umgebung
eines Hauptstrahls.**

von

**Dipl.-Ing. Anni Berger geb. Tews
aus Berlin**

**Von der Fakultät für Allgemeine Ingenieurwissenschaften
an der Technischen Universität Berlin zur Verleihung
der akademischen Würde Doktor-Ingenieur genehmigte Dissertation.**

Berlin 1956

Herrn

Dr.-Ing. W. Berger

überreicht vom Verfasser

6.8.57

DK 771.351.3 : 535.317.6

Untersuchungen über Weitwinkelobjektive
unter besonderer Berücksichtigung
der Bildfehler 3. Ordnung in der Umgebung
eines Hauptstrahls.

von

Diplom-Ingenieur

Anni Berger geb. Tews

aus Berlin

Von der Fakultät für Allgemeine Ingenieurwissenschaften
an der Technischen Universität Berlin zur Verleihung der
akademischen Würde Doktor-Ingenieur genehmigte Dissertation.

Berlin 1956

Eingereicht am: 20.6.1956

Tag der mündlichen Prüfung am: 13.7.1956

Berichter: Professor Dr.phil. H. Slevogt

Mitberichter: Professor Dr.-Ing. M. Richter

Inhalt.

§ 1	Problemstellung	- 3 -
I. <u>Näherungsweise Berechnung der Wellenflächengleichung</u>		
<u>4. Grades.</u>		
§ 2	Der Begriff der Fehler 3. Ordnung bei Hauptstrahlen endlicher Neigung	- 5 -
§ 3	Möglichkeiten zur Bestimmung der Fehler 3. Ordnung.	
1)	Die Überlegungen von KÖNIG und v. ROHR	- 9 -
2)	Der Beitrag TIEDEKENS	- 10 -
3)	Die Formeln von WEINSTEIN	- 10 -
4)	Bestimmung der Koeffizienten aus Strahlen, die nur sehr wenig vom Hauptstrahl abweichen	- 14 -
5)	Die Idee von KÖHLER und PRADEL	- 14 -
6)	Die näherungsweise Bestimmung der Fehlerkoeffizi- enten aus einigen Komastrahlen endlicher Öffnung..	- 15 -
§ 4	Erprobung der verschiedenen Verfahren am empiri- schen Material	- 19 -
§ 5	Grenzübergang zur üblichen SEIDELschen Theorie ..	- 27 -
II. <u>Vergleich der Abbildungseigenschaften einiger</u> <u>Weitwinkelobjektive unter Berücksichtigung der</u> <u>Wellenaberration.</u>		
§ 6	Beschreibung der ausgewählten Objektive.	
1)	Die Globe Lens	- 31 -
2)	Das Pantoskop	- 32 -
3)	Das Hypergon	- 33 -
4)	Ein Weitwinkelaplanat	- 34 -

5) Die Concentric Lens	- 35 -
6) Ein errechneter Neuachromat	- 36 -
7) Das Topogon	- 37 -
8) Das Russar	- 38 -
§ 7 Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive.	
1) Die monochromatischen Fehler	- 39 -
2) Die chromatischen Fehler	- 43 -
3) Natürliche Vignettierung	- 46 -
§ 8 Betrachtung der Wellenaberration	- 48 -
§ 9 Ergebnis der Untersuchungen	- 57 -
Literaturverzeichnis	- 60 -

§ 1 Problemstellung.

Im folgenden sollen die Abbildungseigenschaften einiger Weitwinkelobjektive ermittelt und miteinander verglichen werden.

Ein Vergleich der Systeme auf Grund ihrer meridionalen Fehler ist unvollständig, weil die Strahlenvereinigung im Meridionalschnitt bei stark geneigten Strahlenbündeln keine Schlüsse auf die gesamte Zerstreuungsfigur eines Objektivs zuläßt. Durch windschiefe Berechnung der Zerstreuungsfigur kann zwar die Abbildungsgüte eines Weitwinkelobjektives exakt ermittelt werden, jedoch bleiben dann die Einflüsse der einzelnen Bildfehler auf die Abbildung unbekannt. Die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Objektive sind also aus den exakten Rechendaten nur schwer zu bestimmen.

Schon 1833 hat HAMILTON¹⁾ in einer theoretischen Abhandlung dargelegt, daß es für jedes optische System eine charakteristische Funktion gibt, deren Koeffizienten ein Maß für die bei der Abbildung auftretenden Fehler sind. Praktisch ausgenutzt hat diese Erkenntnis zuerst PETZVAL²⁾, der unabhängig von HAMILTON den mathematischen Zusammenhang zwischen Objekt und Bild bei der Abbildung durch ein optisches System ermittelt und als erster Objektive errechnet, bei denen auch die außeraxialen Fehler korrigiert sind. 1904 haben KÖNIG und v.ROHR³⁾ in einer grundlegenden Arbeit die Wirkung der einzelnen Fehler 3.Ordnung auf die Abbildung beschrieben und Invarianten zu ihrer Berechnung angegeben, (Die Definition der Ordnung eines Fehlers ist bei den verschiedenen Verfassern nicht einheitlich, wie in Kapitel I der Arbeit noch ausführlich diskutiert wird.) Einen geschlossenen Ausdruck für die durch die Fehler 3.Ordnung eines Systems bedingte Zerstreuungsfigur geben sie allerdings nur für einen innerhalb des SEIDELschen Gebietes liegenden Objektpunkt an, obwohl die ermittelten Invarianten unabhängig von der Hauptstrahlneigung sind. TIEDEKEN⁴⁾ hat dann als erster versucht, eine geschlossene Darstellung für die Abbildung eines Strahlenbündels in der Umgebung eines Hauptstrahls endlicher Neigung zu ermitteln. Die sehr interessante theoretische Arbeit führt jedoch nicht auf Formeln, welche es gestatten, den Verlauf eines Strahles dieses Bündels zu verfolgen. In den folgenden Jahren sind

1) Die hochgestellten Ziffern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluß der Arbeit.

weitere Arbeiten erschienen, die Formeln für die näherungsweise Berechnung sowohl der Fehler eines Strahlenbündels endlicher Neigung als auch der durch diese Fehler bedingten Zerstreungsfigur angeben. Die Güte dieser Näherungen soll untersucht und eine Methode ermittelt werden, nach welcher die Fehler 3. Ordnung mit ausreichender Genauigkeit durch einfache Rechenoperationen zu bestimmen sind.

Bei Kenntnis der Fehlerkoeffizienten wird es möglich, die bei der Abbildung eines geneigten Strahlenbündels auftretenden Aberrationen von verschiedenen Objektiven zu vergleichen, denn dann können die Durchstoßpunkte des Strahlenbündels in einer beliebigen Einstellebene errechnet und auch beugungsoptische Betrachtungen durchgeführt werden. Es sind also vielfache Vergleichsmöglichkeiten für die Abbildungseigenschaften verschiedener Objektive gegeben. Da die Weitwinkelobjektive im allgemeinen nur eine kleine Öffnung haben, ist zu erwarten, daß die Bildfehler 3. Ordnung bereits ausreichende Aussagen über die Abbildungsgüte der Objektive gestatten. Der Gültigkeitsbereich einer Näherung 3. Ordnung wird zu ermitteln sein.

Neben den allgemeinen Fehlern 3. Ordnung soll auch die Farbabhängigkeit der Fehler und die natürliche Vignettierung der einzelnen Objektive untersucht werden.

Für den Vergleich sind im wesentlichen einfacher aufgebaute ältere Objektive ausgewählt worden, weil in der Arbeit nicht die Abbildungseigenschaften moderner Weitwinkelobjektive verglichen, sondern die einzelnen Möglichkeiten des Vergleichs aufgezeigt und die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Objektivtypen ermittelt werden sollen.

I. Näherungsweise Berechnung der Wellenflächengleichung

4. Grades.

§ 2 Der Begriff der Fehler 3. Ordnung bei Hauptstrahlen endlicher Neigung.

Abbildungsfehler von Objektiven haben Deformationen auftreffender Kugelwellen zur Folge. Die Abweichung der reellen Wellenfläche von der idealen Kugelwelle wird Wellenaberration V genannt, sie kann in eine Potenzreihe entwickelt werden, deren einzelne Glieder Art und Größe der verschiedenen Fehler angeben.

Die allgemeinste Gleichung der Wellenfläche ist

$$(2,1) \quad z(x,y) = \sum A_{ik} x^i y^k$$

Das Koordinatensystem wird zweckmäßig so gewählt, daß der Koordinatenursprung mit dem Schnittpunkt Hauptstrahl-Wellenfläche übereinstimmt, der Hauptstrahl mit der z -Achse zusammenfällt und die y -Achse in der Meridionalebene liegt. Bei der Beschränkung auf rotationssymmetrische Objektive dürfen nur gerade Potenzen von x auftreten, so daß die Gleichung der Wellenfläche 4. Grades in der allgemeinsten Form lautet

$$(2,2) \quad z(x,y) = A_{00} + A_{01}y + A_{02}y^2 + A_{03}y^3 + A_{04}y^4 \\ + A_{20}x^2 + A_{21}x^2y + A_{22}x^2y^2 \\ + A_{40}x^4$$

Damit ergibt sich die Gleichung der Wellenaberration zu

$$(2,3) \quad V = z(x,y) - z_0(x,y) = \sum \overline{A_{ik}} x^i y^k$$

wobei $z_0(x,y)$ die Gleichung der Kugelwelle ist.

Kennt man die Gleichung der Wellenfläche, so erhält man aus den Normalengleichungen die Durchstoßpunkte X, Y einer zum Hauptstrahl senkrechten Ebene im Abstand R zu

$$(2,4) \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x - X}{R - z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y - Y}{R - z}$$

z kann bei einer Näherung 3. Ordnung vernachlässigt werden.

Aus (2,4) folgt

$$(2,5) \quad \begin{aligned} -\frac{X}{R} &= (2 A_{20} - \frac{1}{R}) x + 2 A_{21}xy + 2 A_{22}xy^2 + 4 A_{40}x^3 \\ -\frac{Y}{R} &= (2 A_{02} - \frac{1}{R}) y + 3 A_{03}y^2 + 4 A_{04}y^3 + A_{21}x^2 \\ &\quad + 2 A_{22}x^2y + A_{01} \end{aligned}$$

Für $x \rightarrow 0$ und $y \rightarrow 0$ muß die Zerstreungsfigur auf den Schnittpunkt Hauptstrahl-Bildebene zusammenschrumpfen. Dies bedeutet, daß ein Fehlerglied 0. Ordnung nicht vorhanden sein darf, also $A_{01} = 0$ sein muß. Ein derartiges Fehlerglied tritt erst dann auf, wenn man die Vergleichskugel gegenüber der Wellenfläche kippt, oder aber als Ursprung der Bildebene nicht den Durchstoßpunkt des Hauptstrahls, sondern beispielsweise den Punkt wählt, in dem der verzeichnungsfreie Hauptstrahl die Bildebene schneiden müßte.

Ein optisches System besitzt demnach auf den Hauptstrahl bezogen 7 Fehler 3. Ordnung, und zwar 2 Fehler des Astigmatismus, 2 Komafehler und 3 Fehler der sphärischen Aberration. Das sind 3 Fehler mehr als im SEIDEL'schen Gebiet, und es wird zu prüfen sein, ob diese 7 Fehler wirklich unabhängig voneinander sind.

Eine theoretische Untersuchung dieser Frage ist 1904 von GULLSTRAND⁵⁾ durchgeführt worden. Er errechnete mit Hilfe der Differentialgeometrie ebenfalls 7 unabhängige Größen 3. Ordnung, durch welche die Abweichung der Wellenfläche von einer Vergleichskugel beschrieben wird, und zwar sind dies 2 Hauptkrümmungen im Flächenscheitel (Astigmatismus), eine direkte und eine transversale Krümmungsasymmetrie längs der meridionalen Hauptkrümmung (Koma) und je eine direkte und eine transversale Abflachung längs jeder der beiden Krümmungslinien (sphärische Aberration), wobei aber die beiden transversalen Abflachungen nicht unabhängig voneinander sind.

Bei der oben beschriebenen Fehlerdarstellung hat das Koordinatensystem für jede Hauptstrahlneigung eine andere Lage und die Koeffizienten müssen für jede Neigung gesondert berechnet werden. Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen Objekt und Bild läßt sich angeben, wenn die Ortskoordinaten des Objektpunktes bzw. die Hauptstrahlneigung ebenfalls als unabhängige Variable betrachtet wird (HAMILTON¹⁾ 1833). Die Reihenentwicklung läßt sich dann wie folgt beschreiben:

$$(2,6) \quad W = W (p^2 + q^2, px + qy, x^2 + y^2)$$

p, q = Koordinaten des Objektpunktes
 x, y = Koordinaten der Austrittspupille
 $(x^2 + y^2 = r^2)$

Bei einer Fehlerbetrachtung n. Ordnung werden alle Potenzen $(p^2 + q^2)^i \cdot (px + qy)^k \cdot (r^2)^l$ mit $i + k + l \leq n + 1$ berücksichtigt. Wird der Objektpunkt in die Meridionalebene gelegt ($p = 0$), so lautet die Fehlerdarstellung

$$(2,7) \quad W = c_1 q^2 + c_2 q y + c_3 r^2$$

$$+ c_4 q^4 + c_5 q^3 y + c_6 q^2 r^2 + c_7 q y r^2 + c_8 q^2 y^2 + c_9 r^4$$

$$+ c_{10} q^6 + c_{11} q^5 y + c_{12} q^4 r^2 + c_{13} q^3 y r^2 + c_{14} q^4 y^2 + c_{15} q^2 r^4$$

$$+ c_{16} q^3 y^3 + c_{17} q^2 y^2 r^2 + c_{18} q y r^4 + c_{19} r^6 + \dots$$

Bei Berücksichtigung aller maximal mit der 4. Potenz der Variablen anwachsenden Glieder ergeben sich 9 unabhängige Fehler 3. Ordnung, welche sich jedoch bei Betrachtung eines Objektpunktes auf 5 und bei Bezug auf den Hauptstrahl auf 4 reduzieren. Diese Anzahl stimmt nicht mit der oben errechneten überein. Der Unterschied ist durch die verschiedene Betrachtungsweise bedingt, und es sollen deshalb zunächst einmal die von einzelnen Verfassern gewählten Fehlerbezeichnungen näher untersucht werden:

PETZVAL²⁾ setzt sich als erster mit der Anzahl der Fehler eines optischen Systems auseinander. Er bezeichnet als Fehler n^{ter} Ordnung nur die Glieder, deren Variable mit der $n+1^{\text{ten}}$ Potenz in die

Fehlergleichung eingehen, wobei er allerdings die von der Öffnung unabhängigen Glieder nicht als Fehler ansieht. Er erhält so 2 Fehler 1. Ordnung, 5 Fehler 3. Ordnung, 12 Fehler 5. Ordnung u.s.w. SCHWARZSCHILD⁶⁾, KERBER⁷⁾ und SONNEFELD⁸⁾ zählen die Fehler wie PETZVAL, jedoch beweisen sie, daß es nur 9 unabhängige Fehler 5. Ordnung gibt, wie auch aus Gleichung (2,7) abzulesen ist. KÖHLER⁹⁾ und KÖHLER u. PRADEL¹⁰⁾ gehen von der gleichen Fehlerentwicklung aus, sie betrachten jedoch nur die Anzahl der Fehler, mit der die Abbildung eines Objektpunktes ($q = \text{const.}$) behaftet ist. Obwohl q bei ihnen ein konstanter Zahlenfaktor ist, welcher mit den Koeffizienten c_n zu neuen Fehlerkoeffizienten zusammengezogen wird, zählen sie die Koordinate des Objektpunktes als unabhängige Variable und bezeichnen als Fehler n^{ter} Ordnung alle unabhängigen Fehlerglieder, deren Variable maximal mit der $n+1^{\text{ten}}$ Potenz anwachsen. Sie errechnen 5 Fehler 3. Ordnung bzw. 9 Fehler 5. Ordnung oder auf den Hauptstrahl bezogen 4 Fehler 3. Ordnung bzw. 8 Fehler 5. Ordnung. GULLSTRAND⁵⁾ und später TIEDEKEN⁴⁾ und WEINSTEIN¹¹⁾ rechnen als unabhängige Variable nur die Öffnungskordinaten. Sie zählen genau wie KÖHLER alle Fehlerglieder mit Öffnungspotenzen $\leq n+1$ als Fehler n^{ter} Ordnung und errechnen so insgesamt 7 Fehler 3. Ordnung, wenn sie diese auf den Hauptstrahl beziehen (2,2). Diesen beiden Gruppen steht die Betrachtungsweise von KÖNIG und v. ROHR³⁾ gegenüber, welche alle Fehler berücksichtigen, bei denen die Potenzensumme der unabhängigen Variablen gleich 3 ist, wobei die Hauptstrahlneigung ebenfalls als unabhängige variable gerechnet wird. Die Potenzensumme bezieht sich dabei entsprechend (2,5) auf die Aberrations- und nicht auf die Fehlergleichungen. Sie errechnen in ihrer Abhandlung 10 Fehler 3. Ordnung (mit Verzeichnung), ohne dabei zu untersuchen, ob die Fehler auch wirklich unabhängig sind.

Die Darstellung der Zerstreungsfigur eines Objektpunktes ist ebenfalls unterschiedlich. Wird sie aus der Wellenflächengleichung abgeleitet, so ergeben sich die Ausdrücke (2,5) für die auf den Hauptstrahl bezogenen Durchstoßpunkte. Bei Ableitung aus der Eikonalentwicklung (2,6) lauten die entsprechenden Gleichungen

a) bei Berücksichtigung der Fehler 3. Ordnung

$$(2,8) \quad -\frac{X}{R} = (2 a_{20} - \frac{1}{R}) x + 2 a_3 xy + 4 a_4 (xy^2 + x^3)$$

$$-\frac{Y}{R} = (2 a_{02} - \frac{1}{R}) y + a_3 (x^2 + 3 y^2) + 4 a_4 (x^2 y + y^3)$$

b) bei Berücksichtigung der Fehler 5. Ordnung

$$(2,9) \quad -\frac{X}{R} = (2 b_{20} - \frac{1}{R}) x + 2 b_{21} xy + 2 b_{22} xy^2 + 4 b_{40} x^3$$

$$+ 4 b_5 (xy^3 + x^3 y) + b_6 (6 xy^4 + 12 x^3 y^2 + 6 x^5)$$

$$-\frac{Y}{R} = (2 b_{02} - \frac{1}{R}) y + 3 b_{03} y^2 + b_{21} x^2 + 2 b_{22} x^2 y$$

$$+ 4 (b_{22} - b_{40}) y^3 + b_5 (6 x^2 y^2 + x^4 + 5 y^4)$$

$$+ b_6 (12 x^2 y^3 + 6 x^4 y + 6 y^5)$$

Da die Koordinaten des Objektpunktes als unabhängige Variable betrachtet worden sind, gibt es in den Gleichungen 3. Ordnung nur einen Fehlerkoeffizienten für die Koma und einen Koeffizienten für die sphärische Aberration. In den Gleichungen 5. Ordnung existieren unabhängig voneinander zwei Komakoeffizienten und zwei Fehlerkoeffizienten der sphärischen Aberration, während der dritte Koeffizient der sphärischen Aberration als Differenz der beiden anderen auftritt. Außerdem werden noch 2 Fehlerkoeffizienten mit höheren Öffnungspotenzen berücksichtigt. Erst bei einer Fehlerentwicklung 7. Ordnung treten genau so wie bei Ableitung aus der Wellenfläche 3 unabhängige Fehlerkoeffizienten der sphärischen Aberration neben weiteren Fehlern mit Öffnungspotenzen höherer Ordnung auf.

§ 3 Möglichkeiten zur Bestimmung der Fehler 3. Ordnung.

1) Die Überlegungen von KÖNIG und v.ROHR.

KÖNIG und v.ROHR³⁾ suchen nach Invarianten, welche es gestatten, die einzelnen Bildfehler durch das System hindurch zu verfolgen. Dabei untersuchen sie die Eigenschaft des Objektivs, ein Strahlen-

bündel nicht im Brennpunkt zu vereinen, sondern Längs- oder Queraberrationen auf dem Hauptstrahl zu bewirken. Für diese Aberrationen errechnen sie insgesamt 9 Invarianten, ohne jedoch zu prüfen, ob diese unabhängig voneinander sind. Nur für einen innerhalb des SEIDELschen Gebietes liegenden Objektpunkt bestimmen sie aus den gefundenen Invarianten die durch die einzelnen Anteile bedingte Zerstreuungsfigur in einer Bildebene als Funktion von Öffnung und Hauptstrahlneigung, wobei sie bemerken, daß in diesem Gebiet sowohl die Komakoeffizienten als auch die Koeffizienten der sphärischen Aberration untereinander gleich sind.

2) Der Beitrag TIEDEKENS.

Obwohl KÖNIG und v.ROHR bereits die Invarianten für die Bildfehlerkoeffizienten 3. Ordnung abgeleitet haben, ist ein geschlossener Ausdruck für die Gesamtaberration bei Hauptstrahlen endlicher Neigung nicht angegeben worden. Dieser Versuch wird zuerst von TIEDEKEN⁴⁾ unternommen, der den Gleichungen (2,5) entsprechende Reihen ableitet und dann nach Invariantengleichungen für die 7 Koeffizienten sucht. Die von ihm gefundenen Invarianten stimmen mit denjenigen überein, die schon KÖNIG und v.ROHR angegeben haben und welche dann später auch von WEINSTEIN¹¹⁾ erneut abgeleitet worden sind. (TIEDEKENS Formel IV,15 ist z.Bsp. die Invariante für den Koeffizienten A_{03} und seine Formel X,12 diejenige für A_{21} .) Da TIEDEKEN jedoch nicht die Koordinaten x und y der Wellenfläche, sondern die Winkelabweichungen vom Hauptstrahl als unabhängige Variable gewählt hat, gelingt es ihm nicht, Rechenvorschriften für die näherungsweise Durchrechnung eines Strahles anzugeben. Die Arbeit gibt aber eine theoretische Lösung des Problems.

3) Die Formeln von WEINSTEIN.

Unabhängig von TIEDEKEN hat WEINSTEIN¹¹⁾ ebenfalls nach Invarianten für die Koeffizienten der Wellenflächengleichung gesucht. Seine Ableitung ist einfacher als die seiner Vorgänger, er ist dann auch der erste, der die Invarianten wirklich berechnet und so die Wellenfläche durch das System hindurch verfolgt, um Angaben über die Abbildungseigenschaften eines Systems zu erhalten.

Zwei der Koeffizienten sind unmittelbar durch die Rechenaten des Hauptstrahls bestimmt, denn es ist

$$(3,1) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{R_f} = 2 A_{20} , \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{R_t} = 2 A_{02}$$

Der sagittale und der tangentielle Krümmungsradius der Wellenfläche sind aber identisch mit der sagittalen und der tangentialen Schnittweite auf dem Hauptstrahl, also

$$(3,2) \quad A_{20} = \frac{1}{2 R_f} = \frac{1}{2 f} , \quad A_{02} = \frac{1}{2 R_t} = \frac{1}{2 t}$$

wobei f und t vom Koordinatenursprung der Wellenfläche aus zu rechnen sind.

Zur Berechnung der übrigen 5 Koeffizienten benutzt WEINSTEIN das HUYGENSsche Prinzip, wonach

$$(3,3) \quad \Delta n q = 0$$

sein muß (die Bedeutung von q und q' ist aus Abb.1 zu entnehmen, n und n' sind die Brechungsindizes vor und hinter der brechenden Fläche k).

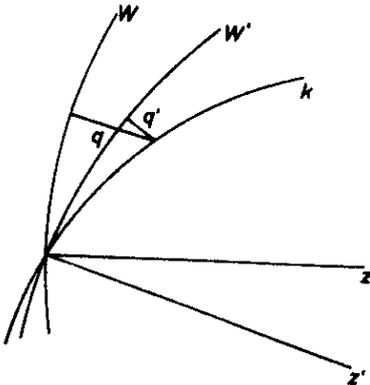


Abb.1 Beschreibung des HUYGENSschen Prinzips nach WEINSTEIN.

Für jeden der Koeffizienten, die nicht völlig mit den in Gleichung (2,1) angegebenen übereinstimmen, errechnet er so eine Invariantenbeziehung und ermittelt außerdem für jeden Koeffizienten eine

Übergangsformel zur nächsten Fläche, an der die Rechnung wiederholt werden muß.

Die Koeffizientengleichungen sind Funktionen der Hauptstrahlrechenaten, sie lauten:

$$(3,4) \quad A_{21} = C_{12}^{\text{WEINSTEIN}}$$

$$\triangle C_{12} n \cos i = \triangle n \left(\frac{\sin i \cdot \cos i}{2 r t} - \frac{\sin i}{2 f^2} \right)$$

$$C_{12(k+1)} = \left(\frac{t'_k}{t'_{k+1}} \right) \cdot \left(\frac{f'_k}{f'_{k+1}} \right)^2 C'_{12(k)}$$

$$(3,5) \quad A_{03} = C_{30}^{\text{WEINSTEIN}}$$

$$\triangle C_{30} n \cos^3 i = \triangle n \frac{\sin i}{2 t} \left(\frac{\cos i}{r} - \frac{\cos^2 i}{t} \right)$$

$$C_{30(k+1)} = \left(\frac{t'_k}{t'_{k+1}} \right)^3 C'_{30(k)}$$

$$(3,6) \quad A_{40} = C_{04}^{\text{WEINSTEIN}} + \frac{1}{8 f^3}$$

$$\triangle C_{04} n = \triangle n \left\{ C_{12} \frac{\sin i}{2 r} + \frac{\sin^2 i}{8 r^2} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{t} \right) + \frac{1}{8 f} \left(\frac{\cos i}{r} - \frac{1}{f} \right)^2 \right\}$$

$$C_{04(k+1)} = \left(\frac{f'_k}{f'_{k+1}} \right)^4 \left\{ C'_{04(k)} + \frac{1}{2} \frac{t'_k}{t'_{k+1}} C'^2_{12(k)} \right\}$$

$$(3,7) \quad A_{22} = C_{22}^{\text{WEINSTEIN}} + \frac{1}{4 t^2 f}$$

$$\begin{aligned} \triangle C_{22} n \cos^2 i = \triangle n \left\{ \frac{3}{2 r} C_{30} \cos^2 i \cdot \sin i + \frac{\cos i}{4 r^3} - \frac{\sin^2 i}{4 r^2 t} \right. \\ \left. + C_{12} \sin i \left(\frac{1}{2 r} - \frac{\cos i}{t} - \frac{2 \cos i}{f} \right) + \frac{\cos^2 i}{4 t^2 f} \right. \\ \left. + \frac{\sin^2 i \cdot \cos i}{2 r t^2} - \frac{\cos i}{4 r f^2} - \frac{\cos^3 i}{4 r t^2} - \frac{\sin^2 i}{2 f^3} \right\} \end{aligned}$$

$$C_{22(k+1)} = \left(\frac{t'_k}{t_{k+1}} \frac{f'_k}{f_{k+1}} \right)^2 \left\{ C'_{22(k)} + \frac{3}{t_{k+1}} \frac{\vartheta t'_k}{t_{k+1}} C'_{12(k)} C'_{30(k)} \right. \\ \left. + \frac{2}{f_{k+1}} \frac{\vartheta f'_k}{f_{k+1}} C'^2_{12(k)} \right\}$$

$$(3,8) \quad A_{04} = C_{40}^{\text{WEINSTEIN}} + \frac{1}{8 t^3}$$

$$\Delta C_{40} n \cos^4 i = \Delta n \left\{ \frac{3}{2} C_{30} \sin i \cdot \cos i \left(\frac{\cos i}{r} - \frac{\cos^2 i}{t} \right) \right. \\ \left. - \frac{3}{2} C_{30} \frac{\cos^3 i \cdot \sin i}{t} + \frac{1}{8 t} \left(\frac{\cos i}{r} - \frac{\cos^2 i}{t} \right)^2 \right. \\ \left. - \frac{\sin^2 i}{8 r^2 t} + \frac{\sin^2 i}{2 t^2} \left(\frac{\cos i}{r} - \frac{\cos^2 i}{t} \right) \right\}$$

$$C_{40(k+1)} = \left(\frac{t'_k}{t_{k+1}} \right)^4 \left\{ C'_{40(k)} + \frac{9}{2} \frac{\vartheta t'_k}{t_{k+1}} C'^2_{30(k)} \right\}$$

Die hier angegebenen Gleichungen für die Koeffizienten $C_{40}^{\text{WEINSTEIN}}$ und $C_{22}^{\text{WEINSTEIN}}$ stimmen wegen einiger Druckfehler nicht genau mit den von WEINSTEIN veröffentlichten überein.

Für die exakte Berechnung aller Fehlerkoeffizienten ist nur die Durchrechnung des Hauptstrahls mit Astigmatismus erforderlich. Man kann die Fehlerkoeffizienten nicht aufsummieren, sondern muß sie von Fläche zu Fläche verfolgen. Es ist auch kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Flächenteilkoeffizienten festzustellen, so daß alle 5 Koeffizienten getrennt berechnet werden müssen. Die Gleichungen haben zwar den Vorteil, daß viele Glieder mit dem Rechenschieber ausreichend genau zu ermitteln sind, es wird jedoch kaum möglich sein, ohne Formelvorlage zu rechnen, weil sich die Vielzahl der Operationen nicht wie bei Randstrahl- oder auch bei windschiefer Rechnung einprägt.

4) Bestimmung der Koeffizienten aus Strahlen, die nur sehr wenig vom Hauptstrahl abweichen.

Bildet man die höheren Ableitungen der Wellenflächengleichung und berücksichtigt dabei (3,1), so erhält man

$$2 A_{21} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial(1/f)}{\partial y} \quad x=0 \qquad 6 A_{03} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial(1/t)}{\partial y} \quad x=0$$

$$(3,9) \quad 24 A_{04} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/t)}{\partial y^2} \quad x=0 \qquad 24 A_{40} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/f)}{\partial x^2} \quad y=0$$

$$4 A_{22} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/f)}{\partial y^2} \quad x=0 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/t)}{\partial x^2} \quad y=0$$

Bei Ersatz der Differentiale durch Differenzen können die Koeffizienten näherungsweise aus den Rechenaten einiger Komastrahlen ermittelt werden. Aus Gleichung (3,9) ist abzulesen, daß folgende Durchrechnungen notwendig sind:

1. Hauptstrahl mit Astigmatismus
2. 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt mit Astigmatismus
3. 2 Komastrahlen im Sagittalschnitt mit Astigmatismus (STURMsche Formeln).

Die näherungsweise Berechnung der Fehlerkoeffizienten mit den Formeln (3,9) erweist sich aber in der Praxis als recht umständlich und ungenau, so daß ihre Anwendung unvorteilhaft ist.

5) Die Idee von KÖHLER und PRADEL.

In § 2 sind die Gleichungen der Durchstoßpunkte aus der Wellenflächengleichung bzw. aus dem Eikonol abgeleitet worden. Da die Rechnung umkehrbar eindeutig ist, muß es aber auch möglich sein, aus den Aberrationsbeträgen einiger diskreter Komastrahlen die Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche zu ermitteln. Genau so wie der Weg von der Wellenfläche zu den Aberrationsbeträgen nur zu einer angenäherten Bestimmung derselben führen kann, weil die Aberrationen nicht mit berücksichtigt werden, die durch Fehler

höherer Ordnung bedingt sind, so sind umgekehrt auch die Fehlerkoeffizienten nur näherungsweise errechenbar, weil die durch die Fehler aller Ordnungen hervorgerufenen Aberrationsbeträge in die Gleichungen eingehen. Um zu einem befriedigenden Ergebnis zu gelangen, darf also die Öffnung des Systems nur so groß gewählt werden, daß Aberrationen höherer Ordnungen zu vernachlässigen sind.

Es ist die Idee von KÖHLER⁹⁾, die dann später von KÖHLER und PRADEL¹⁰⁾ erweitert wurde, die Koeffizienten aus den Aberrationsbeträgen von möglichst wenig Komastrahlen zu bestimmen. Aus Gleichung (2,8) bzw. (2,9) lesen sie ab, daß dazu nur Komastrahlen im Meridionalschnitt gerechnet zu werden brauchen, so daß zur Ermittlung der gesamten Zerstreungsfigur keine Durchrechnungen windschiefer Strahlen erforderlich wären.

In § 4 wird gezeigt, daß die Näherungen von KÖHLER bzw. KÖHLER und PRADEL zu ungenau sind. Deshalb werden im folgenden zwei neue Näherungsmethoden für die Bestimmung der Fehlerkoeffizienten angegeben, die mit relativ einfach durchzuführenden Rechnungen zu ausreichend genauen Ergebnissen führen.

6) Die näherungsweise Bestimmung der Fehlerkoeffizienten aus einigen Komastrahlen endlicher Öffnung.

Die Grundlage für die unter a) und b) beschriebenen Rechnungen sind die Gleichungen (2,5) für die Durchstoßpunkte in einer Bildebene. Es werden Methoden zur Errechnung der 7 Fehlerkoeffizienten aus den Aberrationen von wenigen Komastrahlen angegeben.

a) Näherung I

Es werden der Hauptstrahl mit Astigmatismus, 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt und 2 windschiefe Komastrahlen symmetrisch zur Sagittalebene gerechnet. Dabei ist zu empfehlen, die beiden windschiefen Strahlen möglichst in die Nähe des Sagittalschnittes zu legen, also entweder Strahlen mit $\phi_{EP} = 60^\circ$ und 120° oder 75° und 105° zu rechnen. Weiter ist es sinnvoll,

- 1) den Koordinatenursprung der Wellenfläche in die Austrittspupille zu legen, weil durch diese Wahl ein Vergleich verschiedener Systeme möglich wird (die Koordinaten der Wellenfläche sind dann die Durchstoßpunkte der Komastrahlen in der AP senkrecht zum Hauptstrahl),

2) als Bildebene die Ebene durch den tangentialen Bildpunkt zu wählen, weil dann möglichst einfache Gleichungssysteme zu lösen sind.

Zur Berechnung der Koeffizienten sind folgende Rechen­daten notwendig:

Hauptstr.	Komast.1	Komast.2	Komast.3	Komast.4
			x_3	x_4
	y_1	y_2	y_3	y_4
$1/f$			$-x_3/R$	$-x_4/R$
$1/t$	$-y_1/R$	$-y_2/R$	$-y_3/R$	$-y_4/R$
R				

$$y_1(EP) = -y_2(EP) = \sqrt{y_3^2(EP) + z_3^2(EP)} = \sqrt{(-y_4(EP))^2 + z_3^2(EP)} = r(EP)$$

f, t und R sind von der Wellenfläche aus zu rechnen.

Man errechnet dann

1. aus den Hauptstrahl­daten A_{20} und A_{02} ,
2. aus den Komastrahlen 1 und 2 A_{03} und A_{04} ,
3. aus den meridionalen Aberrationen der Komastrahlen 3 und 4 A_{21} und A_{22} ,
4. aus den sagittalen Aberrationen der Komastrahlen 3 und 4 A_{40} (es ist zu empfehlen, A_{40} aus beiden Komastrahlen gesondert zu berechnen und zu mitteln).

b) Näherung II

Es werden Hauptstrahl mit Astigmatismus, 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt mit Astigmatismus und 1 Komastahl im Sagittalschnitt gerechnet. Bei der Berechnung der Koeffizienten nach diesem Vorschlag werden außer den Aberrationsgleichungen (2,5) noch die folgenden Beziehungen berücksichtigt:

$$(3,10) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{f_H}$$

$$(3,11) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (2 A_{20} + 2 A_{21} y + 2 A_{22} y^2)$$

und daraus

$$(3,12) \quad \frac{\partial}{\partial y} (1/f) = \frac{\partial}{\partial y} (\frac{1}{f_H} + 2 A_{21} y + 2 A_{22} y^2)$$

Ersetzt man die Differentiale durch endliche Differenzen, d.h. setzt man $\partial y = y - y_0$ (wobei $y_0 = 0$), so erhält man schließlich

$$(3,13) \quad \frac{1/f_K - 1/f_H}{y} = 2 A_{21} + 2 A_{22} y$$

Bei der Näherung II benötigt man also zur Berechnung der Koeffizienten folgende Daten

Hauptstr.	Komast.1	Komast.2	Komast.3
			x_3
	y_1	y_2	y_3
$1/f$	$1/f_1$	$1/f_2$	
$1/t$			$- x_3/R$
	$- y_1/R$	$- y_2/R$	$- y_3/R$
R			

$$y_1(EP) = - y_2(EP) = x_3(EP) = r(EP)$$

Die Koeffizienten werden dann wieder schrittweise berechnet wie in Näherung I.

Die unter b) beschriebene Näherung II ist einfacher als die Näherung I und deshalb im allgemeinen vorzuziehen. Sie hat außerdem den Vorteil, daß aus den Durchstoßpunkten der 3 Komastahlen in der Aperturblende die natürliche Vignettierung des Systems berechnet werden kann, wie im nächsten Kapitel näher ausgeführt wird.

Einschränkend ist jedoch darauf hinzuweisen, daß bei Systemen, die mit größerer Öffnung gerechnet werden dürfen, der Übergang von Gleichung (3,12) auf (3,13) nicht mehr erlaubt ist, so daß also die Näherung II dann ungenaue Werte für A_{21} und A_{22} liefert. Die kritische Öffnung ist für jeden Objektivtyp verschieden groß. Bei den hier gerechneten Weitwinkelobjektiven liegt sie etwa bei 1 : 20. Ob die Methode noch angewendet werden darf, sieht man aber sofort, wenn mit den errechneten Werten der zur Rechnung nicht benutzte Wert $-Y_3/R$ nachgeprüft wird. Beträgt der Darstellungsrest ΔY mehr als 5 μ , so sollte besser nach Näherung I gerechnet werden.

Bei der hier durchgeführten Erprobung der Näherung am empirischen Material hat sich ergeben, daß die Öffnung, mit der die Komastrahlen gerechnet werden dürfen, durch die Gleichung (3,14) begrenzt wird:

$$(3,14) \quad \left| \frac{-2 \lambda f^3}{\sum A} \right| \leq (r_{EP})^4 \quad \left(\sum A \text{ für } f = 1 \text{ gerechnet} \right)$$

Dieser Wert ist ein Erfahrungswert. Für Systeme mit sphärischer Aberration ohne Zone ist die Aussage identisch mit der Angabe, daß die Wellenaberration bezogen auf den GAUSSschen Bildpunkt nicht größer als $\lambda/4$ sein darf, sie ist gleichbedeutend mit der Forderung

$$(3,15) \quad \Delta s \leq \lambda / \sin^2 u'$$

Die Gleichungen geben zwar nur die maximal zulässigen Öffnungen an, es ist aber nicht ratsam, viel kleinere Eingangshöhen zu wählen, weil die Aberrationsbeträge X, Y der Systeme dann zu klein und damit die Koeffizienten zu ungenau werden.

§ 4 Erprobung der verschiedenen Verfahren am empirischen Material.

Zunächst werden nur die Näherungslösungen von WEINSTEIN¹¹⁾ (3.Ordnung bezogen auf die Wellenfläche) und von KÖHLER und PRADEL¹⁰⁾ (5.Ordnung bezogen auf die Eikonalentwicklung) untersucht. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse sind auch für die Näherungslösung 3.Ordnung von KÖHLER⁹⁾ gültig.

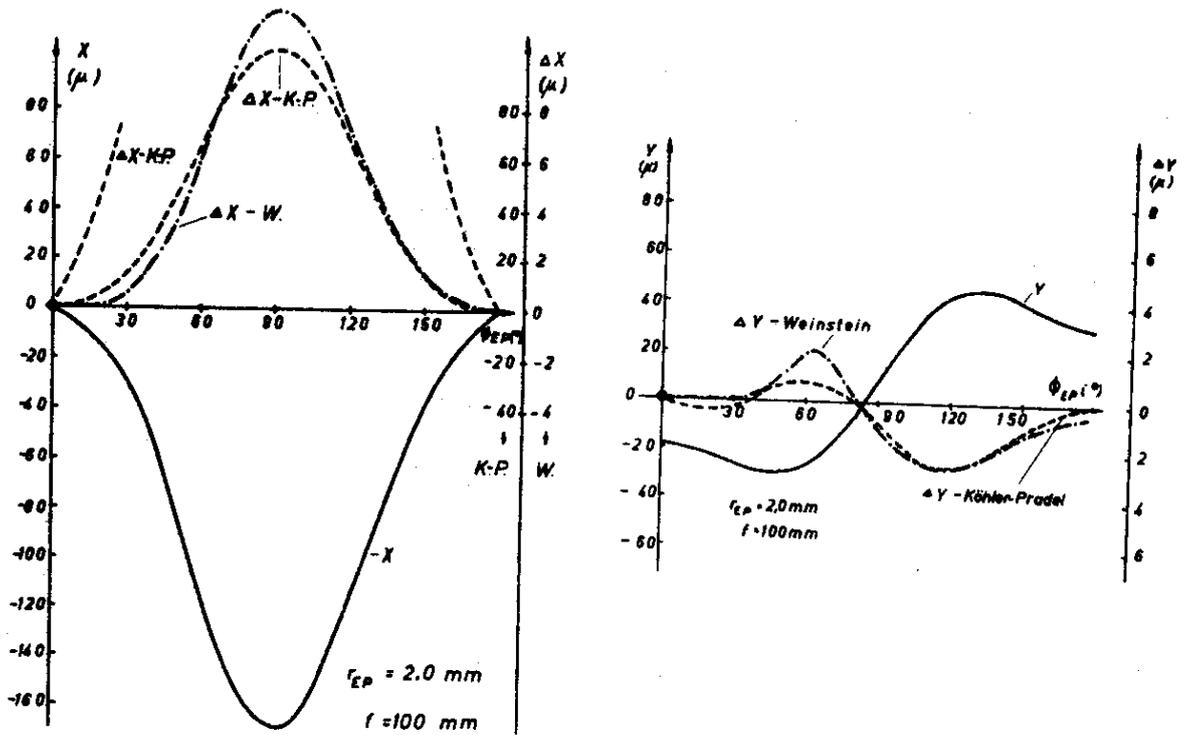
Berechnet man für ein gegebenes Objektiv die Zerstreuungsfigur in einer Bildebene einmal durch exakte windschiefe Rechnung und einmal mit Hilfe der beiden Näherungsmethoden, so weichen die Rechenergebnisse mehr oder minder voneinander ab. Die Ergebnisse solcher Durchrechnungen sind in Abb.2 graphisch dargestellt. Als Bildebene ist in den beiden Beispielen die Ebene durch den sagittalen Bildpunkt senkrecht zum Hauptstrahl gewählt worden. Aufgetragen sind die Durchstoßhöhen X bzw. Y in der Bildebene und die Abweichungen ΔX bzw. ΔY zwischen exakter Rechnung und Näherung in Abhängigkeit vom Azimutwinkel der Strahlen in der Eintrittspupille (EP). Gerechnet wurden Strahlen gleicher Neigung, welche die Eintrittspupille auf einem Kreis gleicher Öffnung durchsetzen (EP senkrecht zur optischen Achse). Die Öffnung ist in den beiden Beispielen so groß gewählt worden, daß die Abweichungen zwischen Rechnung und Näherung durchschnittlich nicht mehr als 10μ betragen.

Die in Abb.2 gewählte Darstellung ist besonders gut für die Beschreibung von ΔX und ΔY geeignet. Die Abweichungen der Näherungslösungen von den Rechenaten sind aber auch bei der Aufzeichnung der Zerstreuungsfigur zu erkennen, wie aus Abb.3 für das Hypergon zu ersehen ist.

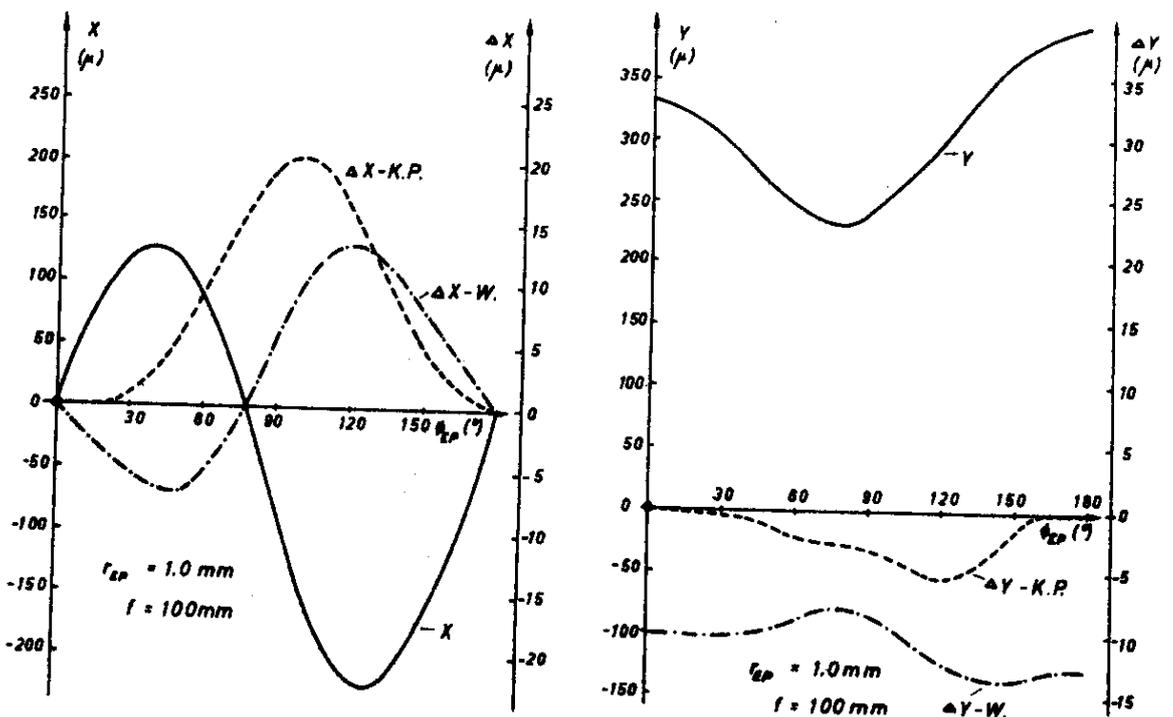
Aus der Art und der Größe der Restfehler als Funktion der Öffnung können bereits Schlüsse auf die Güte der Näherungen gezogen werden.

So ergibt sich, daß die bei Anwendung der WEINSTEINschen Formeln auftretenden Restfehler mit mindestens der 4.Potenz von r_2/r_1 anwachsen, wobei r_1 und r_2 die Durchstoßpunkte der Strahlen in der AP (senkrecht zum Hauptstrahl) bei gleichem Winkel φ sind. Das bedeutet aber, daß die Näherung bis zu der angegebenen Ordnung richtig sein müßte. Die Differenzen zwischen exakter Rechnung und

Abb.2 Durchstoßhöhen X, Y und Darstellungsreste $\Delta X, \Delta Y$ in der Bildebene durch den sagittalen Bildpunkt senkrecht zum Hauptstrahl.



a) Hypergon ($w_1 = 60,7^\circ$)



b) Hypergonhälfte ($w_1 = 40,0^\circ$)

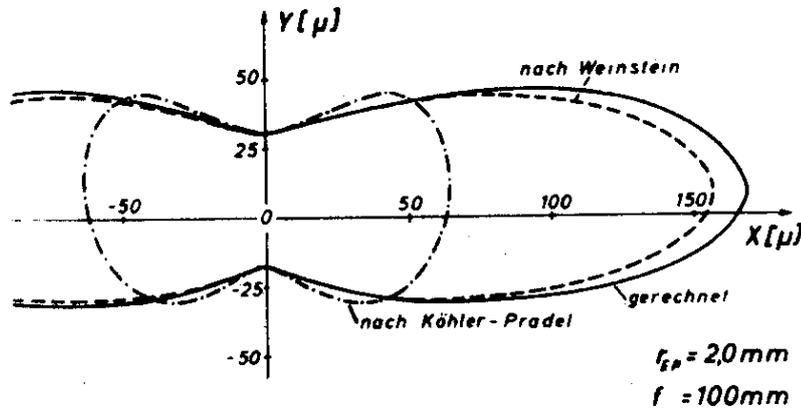


Abb.3 Zerstreungsfigur eines Strahlenbündels bei der Abbildung durch das Hypergon. ($w_1 = 60,7^\circ$)

Näherung sollten dann durch die vernachlässigten Glieder höherer Ordnung darstellbar sein. Dies wird bei der Hypergonhälfte nachgeprüft. Berücksichtigt man dabei nur die Glieder der Wellenfläche, die mit der 5. und 6. Potenz der Öffnung anwachsen, so ergibt sich folgender Ansatz:

$$\begin{aligned}
 \Delta Y &= -R (5 A_{05} y^4 + 6 A_{06} y^5 + 3 A_{23} x^2 y^2 \\
 &\quad + 4 A_{24} x^2 y^3 + A_{41} x^4 + 2 A_{42} x^4 y) \\
 \Delta X &= -R (2 A_{23} x y^3 + 2 A_{24} x y^4 + 4 A_{41} x^3 y \\
 &\quad + 4 A_{42} x^3 y^2 + 6 A_{60} x^5)
 \end{aligned}
 \tag{4,1}$$

Man erhält also lineare Gleichungen mit 6 bzw. 5 Unbekannten. Diese sind mit Hilfe des GAUSSschen Algorithmus lösbar. Das Ergebnis ist in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Koeffizienten, die unabhängig voneinander aus beiden Gleichungssystemen bestimmt worden sind, weichen um weniger als 1% von ihrem Mittelwert ab.

Es ist nun noch zu prüfen, wie weit die Näherung 5. Ordnung auch die Darstellungsreste für die nicht verwendeten Richtungen und für andere Öffnungen richtig erfaßt. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Tab.2 wiedergegeben. Die nach der Korrektur noch vorhandenen Restfehler betragen bis zu einer Öffnung

Tab.1 Aus den Darstellungsresten ermittelte Fehlerkoeffizienten 4. und 5. Ordnung für die Hypergonhälfte.

	aus ΔY	aus ΔX
A_{41} (μ/mm^5)	- 0,0477	- 0,0480
A_{23} (μ/mm^5)	- 0,0977	- 0,0964
A_{05} (μ/mm^5)	- 0,0503	
A_{60} (μ/mm^6)		0,0052
A_{42} (μ/mm^6)	0,0210	0,0206
A_{24} (μ/mm^6)	0,0254	0,0251
A_{06} (μ/mm^6)	0,0101	

$r_{EP} = 1,0$ weniger als $0,1 \mu$, liegen also innerhalb der Rechengenauigkeit. Bei einer Öffnung $r_{EP} = 1,5$ sind sie immer noch geringer als 10μ und steigen dann bei $r_{EP} = 2,0$ bis auf etwa 70μ an. Auch bei dieser Öffnung weichen die genäherten Werte um weniger als 5% von den Aberrationen des Objektivs ab.

Damit ist also gezeigt, daß mit der Näherung von WEINSTEIN alle Koeffizienten einer Wellenfläche und damit alle Fehler eines optischen Systems richtig bestimmt werden, die maximal mit der 4. Potenz der Öffnung anwachsen. Auftretende Differenzen zwischen exakter Rechnung und Näherung sind durch Fehler höherer Ordnung bedingt.

Anders ist dies bei der Näherung von KÖHLER und PRADEL. Bei ihr treten zwar nur sehr kleine meridionale Restfehler auf, jedoch werden die sagittalen Aberrationen für $\phi_{EP} \sim 90^\circ$ ungenau ermittelt. Bei den gewählten Öffnungen und Einstellebenen wird X aber im wesentlichen durch den Koeffizienten b_{40} (2,9) bestimmt. Dieser scheint also fehlerhaft zu sein, eine Vermutung, die auch durch das Anwachsen von ΔX mit der Öffnung gestützt wird. Eine Überprüfung ergibt, daß in der Näherung von KÖHLER und PRADEL der Koeffizient b_{40} nicht unabhängig ist. Aus meridionalen Komastrahlen werden die Koeffizienten der Glieder mit xy^2 und y^3 in (2,9) b_{22} und $(b_{22} - b_{40})$ ermittelt. b_{40} wird dann aus diesen beiden Koeffizienten errechnet, während der entsprechende Koeffizient A_{40} von WEINSTEIN unabhängig ist. Wird in der Näherung von KÖHLER und PRADEL anstelle von b_{40} ein dritter unabhängiger Koeffizient

Tab.2 Hypergonhälfte:

Die Restfehler bei Rechnung mit der Näherung 3. Ordnung bzw. 5. Ordnung.

ϕ_{EP} ($^{\circ}$)	r_{EP} (mm)	X	ΔX_3 (μ)	ΔX_5	Y	ΔY_3 (μ)	ΔY_5
0	0,7	0	0	0	164,8	- 2,6	0
	1,0	0	0	0	331,9	- 10,2 ⁺)	0
	1,5	0	0	0	735,8	- 49,9	- 2,4
	2,0	0	0	0	1301,5	-153,9	-18,4
22,5	0,7	51,7	- 1,1 ⁺)	0	155,7	- 2,6	0,1
	1,0	101,6	- 4,2 ⁺)	0	312,9	- 10,3	0
	1,5	216,4	- 20,2	- 1,3	691,4	- 50,4	- 3,7
	2,0	366,7	- 60,6	- 9,8	1219,9	-155,0	-21,5
45,0	0,7	67,2	- 1,8 ⁺)	0,1	134,9	- 2,5	0
	1,0	126,6	- 6,8 ⁺)	0	270,2	- 9,8 ⁺)	0
	1,5	246,6	- 30,3	- 3,0	594,2	- 47,2	- 3,5
	2,0	368,1	- 81,5	-19,7	1042,1	-142,2	-24,6
67,5	0,7	34,0	- 1,1	0,1	117,3	- 2,1 ⁺)	0,1
	1,0	49,2	- 3,5	0,1	236,9	- 8,4 ⁺)	0
	1,5	28,2	- 6,6	- 2,1	528,1	- 40,6	- 2,7
	2,0	- 129,2	22,1	- 4,8	939,9	-123,5	-20,1
90,0	0,7	- 28,7	0,9	0	115,8	- 2,0	0,1
	1,0	- 86,3	5,7	- 0,1	240,0	- 8,6	0,1
	1,5	- 316,9	46,4	3,4	561,9	- 45,8	- 2,4
	2,0	- 854,5	221,3	43,1	1061,2	-157,0	-23,9
112,5	0,7	- 83,2	2,6 ⁺)	- 0,1	132,1	- 2,6	0,1
	1,0	- 196,8	12,6 ⁺)	0	280,5	- 11,4	0,1
	1,5	- 566,4	80,7	6,9	685,8	- 64,7	- 3,6
	2,0	-1306,8	327,0	66,9	1359,8	-237,0	-38,9
135,0	0,7	- 97,8	2,6 ⁺)	0,1	157,2	- 3,1 ⁺)	0
	1,0	- 217,8	11,6 ⁺)	0	335,5	- 13,6 ⁺)	0
	1,5	- 574,1	68,3	4,7	826,0	- 76,7	5,8
	2,0	-1245,4	280,7	68,8	1658,6	-292,8	19,9
157,5	0,7	- 64,4	1,3 ⁺)	0	178,4	- 3,1 ⁺)	0,1
	1,0	- 139,4	5,8 ⁺)	0	378,6	- 13,4 ⁺)	0
	1,5	- 350,2	32,8	1,8	921,0	- 74,2	- 4,4
	2,0	- 707,2	117,3	16,3	1801,3	-261,4	-37,0
180,0	0,7	0	0	0	186,5	- 3,5	- 0,1
	1,0	0	0	0	394,4	- 12,7 ⁺)	0

+) Diese Werte wurden zum Bestimmen der Koeffizienten verwendet.

der sphärischen Aberration errechnet, so kann auch die sagittale Komponente mit ausreichender Genauigkeit wiedergegeben werden. Das zeigt am Beispiel des Hypergons die Abb.4, in der die so korrigierten Darstellungsreste mit denen von WEINSTEIN verglichen worden sind. Die nach der Korrektur noch auftretenden Restfehler sind wie bei WEINSTEIN durch die Vernachlässigung von Fehlern höherer Ordnung bedingt.

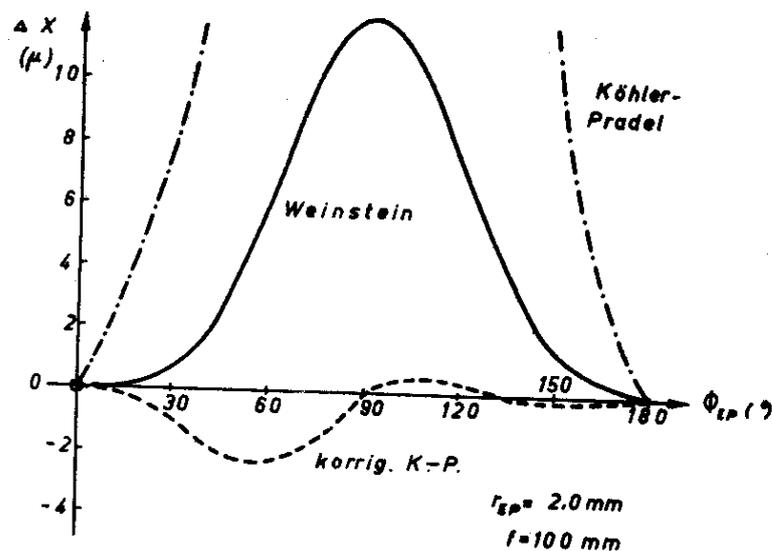


Abb.4 Vergleich der korrigierten Darstellungsreste nach KÖHLER - PRADEL mit denen von WEINSTEIN (X-Komponente beim Hypergon).

Mit der Einführung des zusätzlichen Fehlerkoeffizienten wird aber die wichtige Voraussetzung von KÖHLER und PRADEL verletzt, daß die gesamte Zerstreuungsfigur aus Strahlen des Meridional-schnittes bestimmt werden könne, denn zur Bestimmung des neuen Koeffizienten ist eine windschiefe Durchrechnung notwendig.

Die durchgeführten Untersuchungen haben ergeben, daß eine Näherung unabhängig von der Hauptstrahlneigung gute Übereinstimmung mit der Rechnung liefert, wenn 7 unabhängige Fehlerkoeffizienten 3. Ordnung bestimmt werden. Die Größe der Restfehler hängt dann nur noch von der Öffnung ab, wobei der Gültigkeitsbereich einer Näherung 3. Ordnung durch Gleichung (3,10) gegeben ist. Aus den Invariantengleichungen (3,4) - (3,8) von WEINSTEIN ergeben

sich die Fehlerkoeffizienten genau, ihre Berechnung ist aber sehr umfangreich. Die Methode von KÖHLER und PRADEL muß korrigiert werden und ist zur Berechnung der Aberrationen von Objektiven mit endlichen Bildweiten ebenfalls zu umständlich. Dagegen ermöglichen die in § 3,6 beschriebenen Näherungsmethoden eine relativ einfache Berechnung der 7 Fehlerkoeffizienten und auch der Zerstreuungsfigur.

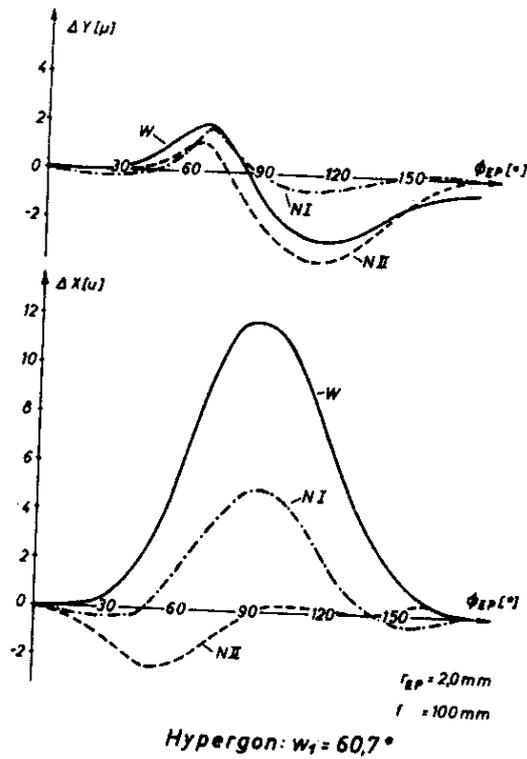
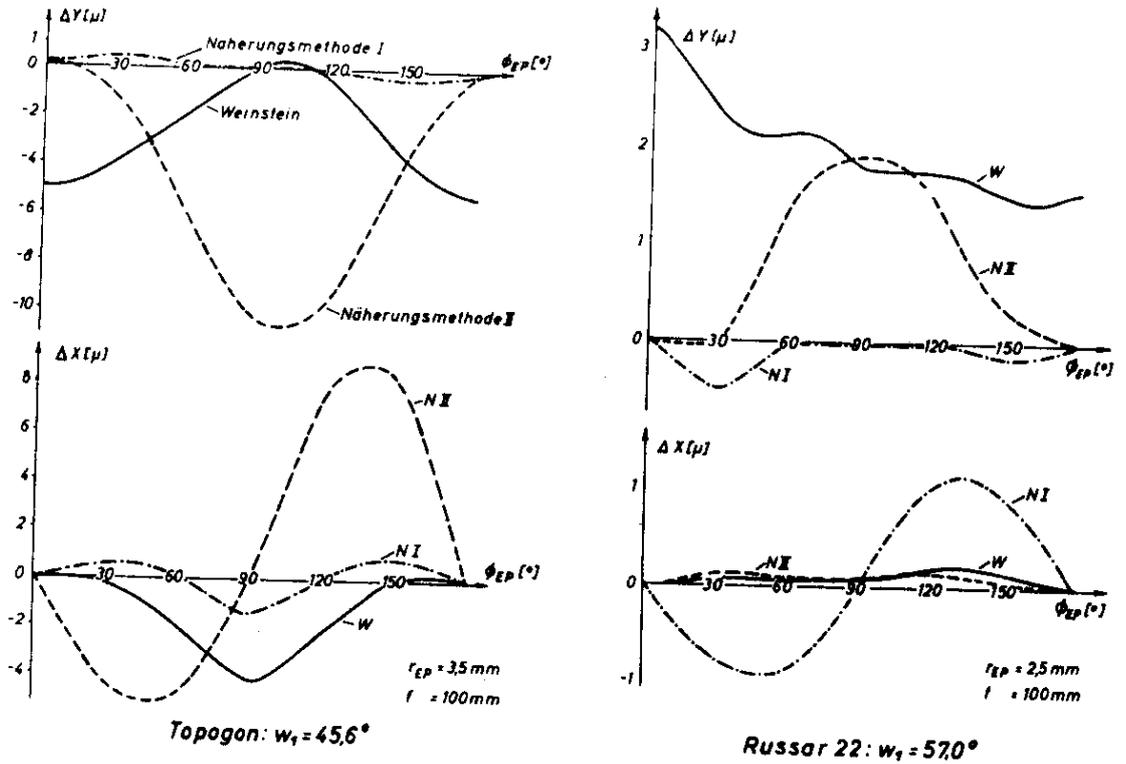
Tab.3 Gegenüberstellung von exakt und genähert bestimmten Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche in der AP.

	A_{03} ($\mu\text{m}/\text{mm}^3$)	A_{21}	A_{04}	A_{22} ($\mu\text{m}/\text{mm}^4$)	A_{40}
Topogon $w_1 = 45,60^\circ$					
$r_{EP} = 3,5 \text{ mm}$					
exakt	-12,8	-10,1	3,5	3,0	-1,1
N I	-14,7	-10,0	3,5	2,8	-1,3
N II	-14,7	- 4,3	3,5	2,4	-1,3
Russar 22 $w_1 = 57,03^\circ$					
$r_{EP} = 2,5 \text{ mm}$					
exakt	- 5,7	- 6,6	1,5	1,3	0,5
N I	- 3,4	- 5,0	1,9	1,4	0,5
N II	- 3,4	- 6,7	1,9	1,4	0,5
Hypergon $w_1 = 60,73^\circ$					
$r_{EP} = 2,0 \text{ mm}$					
exakt	-11,0	-11,1	21,8	45,1	23,3
N I	-11,5	-12,3	22,3	47,1	24,3
N II	-11,5	- 9,8	22,3	45,0	25,1

Tab.3 gibt einen Vergleich von nach WEINSTEIN und nach Näherung I und II (§ 3,6) ermittelten Fehlerkoeffizienten. Beim Hypergon ist dabei r_{EP} 1,4 mal größer gewählt worden, als nach Gleichung (3,14) zulässig wäre, es wurde also in diesem Fall eine Wellenaberration von λ zugelassen.

Um zu zeigen, wie sich die Abweichungen zwischen den unterschiedlich errechneten Koeffizienten auswirken, sind in Abb.5 die Darstellungsreste für die zur Rechnung benutzten Öffnungen aufgetragen. Dabei ist besonders für das Hypergon die Verbesserung der

Abb.5 Vergleich der Darstellungsreste in der sagittalen Bildeben senkrecht zum Hauptstrahl bei Berechnung der Aberrationen nach WEINSTEIN und den unter § 3,6 vorgeschlagenen Näherungen I und II.



Darstellung durch die Näherungen I und II auffallend, welche die Aberrationen an den gerechneten Punkten genau erfassen und bei denen auch die Abweichungen für die dazwischenliegenden Winkel geringer sind als bei der exakten Rechnung. Daraus folgt aber, daß in den Fällen, in denen die Näherung nur zur Bestimmung der Zerstreuungsfigur benutzt werden soll, eine Wellenaberration von λ oder sogar auch 2λ zugelassen werden kann, also der Radius der Eintrittspupille r_{EP} 1,4 bzw. 1,65 mal so groß sein darf wie der nach Gleichung (3,14) errechnete Maximalwert. Sollen dagegen die Wellenflächen bestimmt werden, so ist die errechnete Öffnung einzuhalten. Aus den Kurven für das Topogon ist zu ersehen, wie sich die zu groß gewählte Öffnung bei der Koeffizientenbestimmung nach Näherung II auf die Genauigkeit auswirkt.

§ 5 Grenzübergang zur üblichen SEIDELschen Theorie.

Der Grenzübergang der brechungsinvarianten Koeffizientengleichungen auf dem Hauptstrahl zu unendlich kleinen Hauptstrahlneigungen ist bereits von KÖNIG und v.ROHR³⁾ durchgeführt worden. Hier soll durch einen Koeffizientenvergleich innerhalb des SEIDELschen Gebietes nun kurz der Zusammenhang der allgemeinen Fehlerkoeffizienten A_{ik} mit den SEIDELschen Summen aufgezeichnet werden.

Die durch die SEIDELschen Fehler hervorgerufenen Aberrationen sind in der Schreibweise BEREKS von SLEVOGT¹⁴⁾ angegeben worden. Die Gleichungen lassen sich so umschreiben, daß die Koordinaten x und y der AP als unabhängige Variable auftreten. Die Gleichung der Wellenfläche (2,1) und die daraus abgeleiteten Formeln für die Durchstoßpunkte (2,5) in einer beliebigen EE gelten auch innerhalb des SEIDELschen Gebietes. Legt man den Koordinatenursprung in die AP und die Auffangebene in den GAUSSschen Bildpunkt, so müssen sich die gleichen Aberrationsbeträge wie aus den SEIDELschen Summen ergeben, wenn kein Widerspruch zwischen beiden Systemen bestehen soll. Da innerhalb des Gebietes kleiner Winkel die Koordinatensysteme senkrecht zum Hauptstrahl mit denen senkrecht zur optischen Achse nahezu übereinstimmen, ist ein Koeffizientenvergleich möglich.

Werden die Aberrationen für $w_1 \neq 0$ auf den Hauptstrahl bezogen, so ergeben sich die Gleichungen (5,1) für die Durchstoßpunkte durch

die GAUSSsche Bildebene zu

$$\begin{aligned}
 X &= -R \left\{ \left(2 A_{02} - \frac{1}{R} \right) x + 2 A_{21} x y + 2 A_{22} x y^2 + 4 A_{40} x^3 \right\} \\
 &= -\frac{f}{2} \left\{ \frac{\operatorname{tg}^2 w_1}{B_p} \sum (\Gamma + P) \cdot x - \frac{2 \operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot x y \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{B_p^3} \sum A \cdot (x y^2 + x^3) \right\}
 \end{aligned}$$

(5,1)

$$\begin{aligned}
 Y &= -R \left\{ \left(2 A_{20} - \frac{1}{R} \right) x + 3 A_{03} y^2 + A_{21} x^2 + 2 A_{22} x^2 y \right. \\
 &\quad \left. + 4 A_{04} y^3 \right\} \\
 &= -\frac{f}{2} \left\{ \frac{\operatorname{tg}^2 w_1}{B_p} \sum (3\Gamma + P) \cdot y - \frac{3 \operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot y^2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot x^2 + \frac{1}{B_p^3} \sum A \cdot (x^2 y + y^3) \right\}
 \end{aligned}$$

B_p = Abbildungsmaßstab der Pupillen

= 1 für symmetrische Objektive

$R = -z'_p = f B_p$

Für $w_1 = 0^\circ$ muß gelten

$$(5,2) \quad A_{20} = A_{02} = \frac{1}{2R}$$

$$(5,3) \quad A_{03} = A_{21} = 0$$

$$(5,4) \quad A_{04} = \frac{A_{22}}{2} = A_{40} = \frac{f \sum A}{8 R B_p^3} = \frac{\sum A'}{8 f^3 B_p^4}$$

Die gestrichenen Fehlersummen sind für $f = 1$ errechnet.

Gleichung (5,2) ist identisch mit (3,2) für $w_1 = 0$. (5,3) und die Beziehungen zwischen den A_{ik} in (5,4) ergeben sich ebenfalls unmittelbar aus den Gleichungen (3,4) bis (3,8). Es bleibt zu

prüfen, ob auch der durch (5,4) geforderte Zusammenhang zwischen den A_{1k} und $\sum A$ durch die Rechnung bestätigt wird.

In Tab.4 sind die nach WEINSTEIN oder einer der Näherungsmethoden ermittelten und die aus (5,4) errechneten Koeffizienten A_{04} für $w_1 = 0^\circ$ nebeneinander aufgeführt. Die Werte stimmen überein, wenn A_{04} exakt bestimmt, und weichen nur unwesentlich voneinander ab, wenn nach einer der Näherungsmethoden gerechnet worden ist.

Tab.4 Vergleich von Öffnungsfehlerkoeffizienten für $w_1 = 0^\circ$.

	$A_{04} = A_{22}/2 = A_{40}$ (m μ /mm ⁴)	
	aus (3,8)	aus (5,4)
Globe Lens	14,0	14,8
Pantoskop	59,5	57,5
Hypergon	46,2	46,3
Concentric Lens	12,1	11,7
Neuachromat	4,5	4,4
Weitwinkelaplanat	1,1	2,0
Topogon	0,2	0,4
Russar 22	1,9	1,9

Für $w_1 \neq 0^\circ$ folgt aus (5,1)

$$(5,5) \quad 2 A_{20} - \frac{1}{R} = \frac{f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (r + P)}{2 R B_p} = \frac{\operatorname{tg}^2 w_1 \sum (r' + P')}{2 f B_p^2}$$

$$(5,6) \quad 2 A_{02} - \frac{1}{R} = \frac{f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3r + P)}{2 R B_p} = \frac{\operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3r' + P')}{2 f B_p^2}$$

$$(5,7) \quad A_{21} = - \frac{f \operatorname{tg} w_1 \sum B}{2 R B_p^2} = - \frac{\operatorname{tg} w_1 \sum B'}{2 f^2 B_p^3}$$

$$(5,8) \quad A_{03} = A_{21}$$

$$(5,9) \quad A_{04} = \frac{A_{22}}{2} = A_{40} = \frac{f \sum A}{8 R B_p^3} = \frac{\sum A'}{8 f^3 B_p^4}$$

Die Gleichungen (5,4) und (5,9) stimmen überein. Daraus folgt, daß die Änderung der Öffnungskoeffizienten für kleine Winkel zu vernachlässigen ist und die Kurven dieser Koeffizienten als Funktion des Neigungswinkels senkrecht in die Achse $w_1 = 0$ einmünden müssen.

Aus Gleichung (5,7) und (5,8) ist abzulesen, daß sich die beiden Komakoeffizienten A_{21} und A_{03} innerhalb des SEIDELschen Gebietes nicht unterscheiden. Nach (5,7) sind die Asymmetriefehler als Funktion von w_1 (bzw. $\text{tg } w_1$) Gerade durch den Nullpunkt, deren Neigung durch $\sum B$ bestimmt wird. Die aus (5,7) errechnete Gerade ist in Abb. 14 (II, § 7) eingetragen. Es zeigt sich, daß sie recht gut mit den Kurven von A_{03} für die gerechneten Objektive übereinstimmt, während die Kurven von A_{21} eine von ihr abweichende Neigung aufweisen. Diese Abweichung kann aber auf die Unsicherheit in der Berechnung dieser Koeffizienten zurückzuführen sein.

In den Gleichungen (5,5) und (5,6) sind die aus anderen Ableitungen bekannten Beziehungen zwischen den SEIDELschen Koeffizienten und der Fehlerdarstellung nach von ROHR (SLEVOGT¹⁵) dargestellt. Außerdem ist abzulesen, daß die Kurven der Koeffizienten A_{20} bzw. A_{02} als Funktion von $\text{tg } w_1$ Parabeln mit dem Scheitelpunkt $1/2R$ sind, deren Scheitelkrümmungen durch $\sum(\Gamma + P)$ bzw. $\sum(3\Gamma + P)$ bestimmt werden.

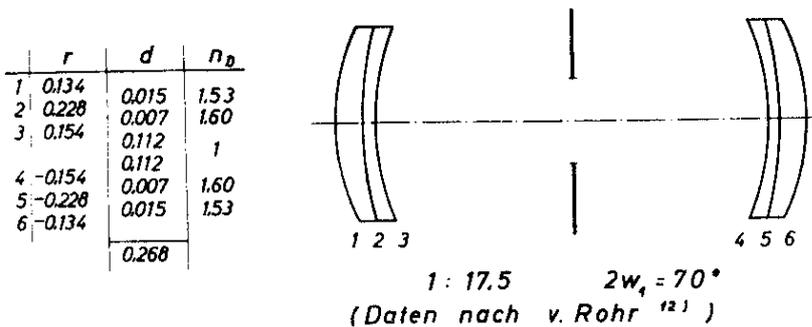
Die in den Gleichungen (5,2) bis (5,9) aufgestellten Beziehungen zwischen den SEIDELschen Summen und den Fehlerkoeffizienten A_{ik} der Wellenfläche sind also durch Vergleich mit bekannten Ergebnissen oder durch Rechnung bestätigt worden. Damit ist es möglich, aus der SEIDELschen Durchrechnung eines Systems die Fehlerkoeffizienten für $w_1 = 0^\circ$ zu bestimmen und Angaben über das Einmünden der Fehlerkoeffizienten in die Nullachse zu machen.

II. Vergleich der Abbildungseigenschaften einiger Weitwinkelobjektive unter Berücksichtigung der Wellenaberrationen.

§ 6 Beschreibung der ausgewählten Objektive.

Die Untersuchungen werden nicht durchgeführt, um die Abbildungseigenschaften moderner Weitwinkelobjektive miteinander zu vergleichen, sondern um Kenntnisse über die Wellenaberrationen verschiedener Weitwinkelobjektivtypen zu erlangen und die entwickelten Rechenmethoden zu erproben. Aus diesen Gründen sind für die Rechnung einfach aufgebaute historische Objektive ausgewählt und die bei diesen Systemen gewonnenen Aberrationskurven mit denen von zwei modernen Objektiven verglichen worden. Die ausgewählten Systeme sind:

1) Die Globe Lens (1860 - HARRISON und SCHNITZLER)



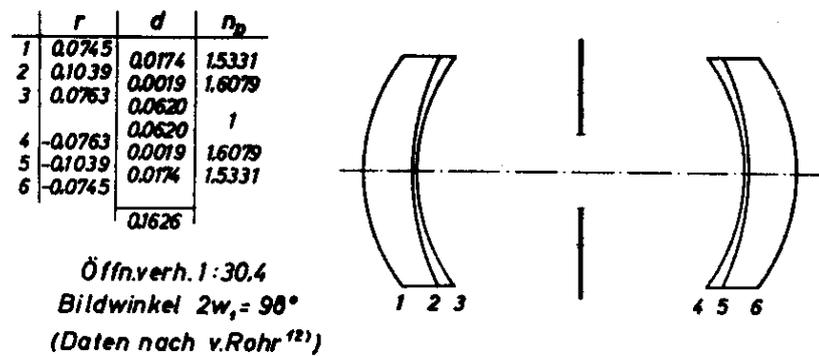
s	ω	100Chr	100DM		A	B	Γ	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E
∞	1	5,365	-0,0878	1	94,10	-1,540	0,0252	2,5852	2,6104	2,6608	-0,0427
0,3718	0,9612	1,285	0,3556	2	-0,18	-0,049	-0,0134	0,1254	0,1120	0,0851	0,0310
0,3548	0,9426	-6,556	-0,3675	3	-31,35	-1,757	-0,0985	-2,4351	-2,5336	-2,7306	-0,1420
1,4074	0,8132	-5,977	0,3169	4	-44,37	2,352	-0,1247	-2,4351	-2,5598	-2,8092	0,1357
-0,5093	0,8245	1,412	-0,3051	5	0,11	-0,024	0,0053	0,1254	0,1307	0,1412	-0,0282
-0,5547	0,8474	4,471	0,0757	6	91,87	1,555	0,0263	2,5852	2,6115	2,6641	0,0442
$f = 0,9858$	Σ	0	-0,0121		110,18	0,537	-0,1798	0,5509	0,3711	0,0115	-0,0021

Abb.6 Globe Lens

Die Globe Lens (Abb.6), die auf der 1859 von SUTTON entwickelten Panoramic Lens beruht, ist das erste bekannte Weitwinkelobjektiv. Wie der Name sagt, sind die Außenflächen Teile einer Kugel, in deren Mittelpunkt die Aperturblende liegt. Dadurch wird erreicht, daß diese Flächen nur wenig zu den außeraxialen Fehlern beitragen.

Die PETZVALkrümmung des Systems ist nicht korrigiert. Gegenüber ähnlichen Systemen mit korrigierter PETZVALsumme wird eine Verminderung der sphärischen Aberration erreicht, so daß die Globe Lens mit der Öffnung 1 : 17,5 benutzt werden kann. Zur Kompensation der PETZVALkrümmung ist der Astigmatismus ebenfalls nicht beseitigt, sondern so groß gewählt worden, daß die tangentielle Bildfeldkrümmung annähernd null wird.

2) Das Pantoskop (1865 - E. Busch)



<i>s</i>	ω	100Chr	100DM		A	B	Γ	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E
∞	1	10.506	-0.1811	1	548.53	-9.457	0.1630	4.6675	4.8306	5.1566	-0.0833
0.1969	0.9188	3.009	0.2727	2	-0.79	-0.071	-0.0065	0.2920	0.2856	0.2726	0.0259
0.1871	0.9096	13.363	-0.2523	3	-287.47	-5.427	-0.1025	-4.9551	-5.0575	-5.2625	-0.0855
1.4708	0.8388	12.556	0.2328	4	-329.21	6.104	-0.1132	-4.9551	-5.0682	-5.2945	0.0940
-0.2225	0.8461	3.021	-0.2511	5	0.94	-0.078	0.0065	0.2920	0.2985	0.3115	-0.0248
-0.2531	0.9085	9.381	0.1646	6	527.93	9.265	0.1626	4.6675	4.8301	5.1553	0.0848
$f=1.0027$	Σ	0	-0.0144		480.33	0.335	0.1100	0.0090	0.1190	0.3391	0.0010

Abb.7 Pantoskop

Das 5 Jahre später entwickelte Pantoskop (Abb.7) ist das erste Weitwinkelobjektiv mit korrigierter PETZVALkrümmung. Der Astigmatismus des Systems ist ebenfalls verringert, so daß die Abbildung außeraxialer Strahlenbündel gegenüber der Globe Lens bedeutend verbessert worden ist. Der größte Bildwinkel dieses Objektivs beträgt $2 w_1 = 96^\circ$. Das Pantoskop ist für die Rechnung gewählt worden, weil es auf der Globe Lens beruht (v.ROHR¹²⁾) und so den Vergleich zweier gleichartiger Systeme ermöglicht.

Es läßt sich nachweisen, daß die Radien der Globe Lens verringert werden müssen, wenn bei einer Verminderung der PETZVALsumme gleichzeitig ein Minimum der sphärischen Aberration erreicht werden soll. Dieses Minimum ist in der Kurve der sphärischen

Aberration in Abhängigkeit von r_3 bei konstanter Summe P scharf ausgeprägt (die anderen Radien sind dann durch die Maßstabsgleichung und die PETZVALsumme bestimmt).

Durch eine Veränderung der Linsendicke könnten die Fehler weiter beeinflußt werden. Dabei zeigt sich, daß eine Verminderung von d_1 oder d_2 zwar eine Verringerung der sphärischen Aberration zur Folge hätte, andererseits aber die chromatische Korrektur des Systems nicht mehr möglich wäre. Die Außenglieder könnten bei einem Bildwinkel $w_1 = 48^\circ$ nur dann dünner gewählt werden (Vermeidung negativer Randdicken), wenn gleichzeitig der Abstand zwischen den beiden symmetrischen Linsenpaaren geändert würde, womit aber eine Korrektur des Astigmatismus nicht mehr möglich wäre. E.BUSCH hat mit den gewählten Linsendicken ein Optimum in der Korrektur aller Fehler erreicht.

3) Das Hypergon (1900 - v.HOEGH)

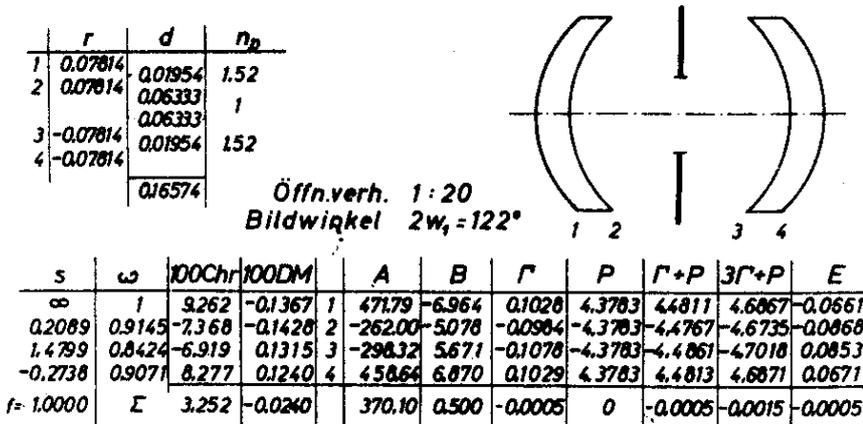


Abb.8 Hypergon

Beim Hypergon ist besonderer Wert auf die außeraxiale Korrektur gelegt worden, es besitzt einen Bildwinkel $2w_1 = 122^\circ$. Die sphärische Aberration liegt in der gleichen Größenordnung wie beim Pantoskop, das Öffnungsverhältnis kann somit ebenfalls nur klein sein. Der Verzicht auf chromatische Korrektur ist deshalb ohne merkbare Bildverschlechterung möglich. Bei dem hier gerechneten Beispiel ist das Verhältnis von Linsendicke zu Radius so groß gewählt worden, daß bei astigmatismusfreier Blendenlage des halben

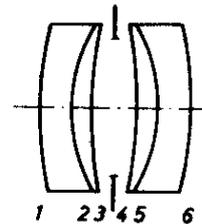
Systems Verzeichnung und Astigmatismus auch für das ganze System annähernd behoben sind.

Das Hypergon ist wegen seiner guten außeraxialen Korrektur das einzige der einfach aufgebauten Weitwinkelobjektive mit kleinem Öffnungsverhältnis, welches noch heute gefertigt wird.

4) Ein Weitwinkelaplanat (1870 - A. STEINHEIL)

	r	d	n_D
1	0,145	0,012	1,61317
2	0,065	0,0083	1,57762
3	0,173	0,0083	1
4	-0,173	0,0083	1,57762
5	-0,065	0,012	1,61317
6	-0,145		
		0,0572	

Öffnungsverhältnis 1:17,7
Bildwinkel $2w_1 = 94^\circ$
(Daten nach v. Rohr ⁽²⁾)

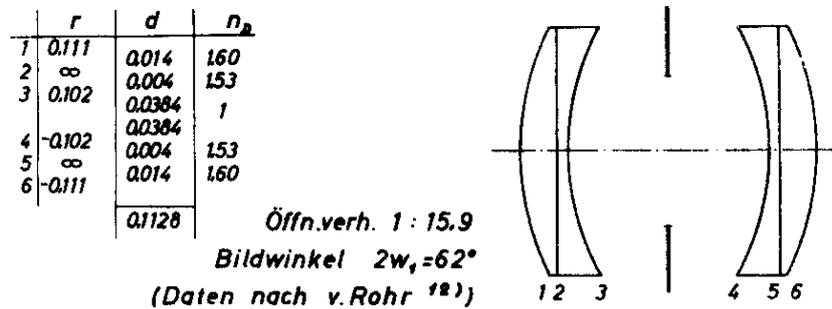


s	ω	100Chr	100DM		A	B	Γ	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E
∞	1	9,136	1,1177	1	77,29	94,55	1,1568	2,6214	3,7782	6,0917	0,4622
0,3695	0,9685	-3,704	-0,1376	2	-52,74	-1,431	-0,0532	-0,2149	-0,2681	-0,3744	-0,0100
0,4048	0,9491	-5,323	-1,0824	3	-22,28	-4,532	-0,9215	-2,1164	-3,0378	-4,8808	-0,6177
1,7735	0,9403	-6,347	1,0723	4	-52,82	8,923	-1,5075	-2,1164	-3,6238	-6,6388	0,6122
-0,5768	0,9540	-3,785	0,1356	5	-62,34	2,233	-0,0800	-0,2149	-0,2949	-0,4549	0,0106
-0,5035	0,9773	10,023	-1,0924	6	129,15	-16,076	1,5362	2,6214	4,1556	7,2239	-0,4529
$f=0,9982$	Σ	0	0,0133		16,27	0,573	0,1289	0,5802	0,7091	0,9668	0,0044

Abb.9 Weitwinkelaplanat

Der Typ der Weitwinkelaplanate hat sich in der Praxis nicht bewährt. Die sphärischen und chromatischen Fehler dieser Objektive sind zwar korrigiert, eine Beseitigung der außeraxialen Fehler ist dagegen nicht möglich. Als Rechenbeispiel wurde der Weitwinkelaplanat von STEINHEIL (Abb.9) gewählt, bei welchem der Astigmatismus auf Kosten der sphärischen Aberration gegenüber normalen Objektiven dieses Typs etwas verringert worden ist. Die Bildfeldkrümmung kann nicht behoben werden, es wird aber für große Winkel Ebnung im übertragenen Sinne erreicht. Der Bildwinkel des Objektivs wird mit $2w_1 = 94^\circ$ angegeben. Obwohl der Öffnungsfehler weit geringer als bei den vorher besprochenen Objektiven ist, beträgt das Öffnungsverhältnis nur 1:17,7.

5) Die Concentric Lens (1887 - H. SCHROEDER)



s	ω	100Ch	100DM	A	B	Γ	P	Γ+P	3Γ+P	E	
∞	1	7545	0.4101	1	171.37	9.314	0.5062	3.3784	3.8846	4.8970	0.2111
0.2820	0.9527	-0.246	0.0595	2	5.50	-1.330	0.3213	0	0.3213	0.9639	-0.0777
0.2657	0.9386	-2.207	-0.5643	3	-125.71	-9.843	-0.7707	-3.3962	-4.1669	-5.7083	-0.3263
16.989	0.8980	-7.419	0.5398	4	-179.56	13.065	-0.9506	-3.3962	-4.3468	-6.2480	0.3163
-0.3361	0.9088	-0.180	-0.0567	5	2.35	0.743	0.2346	0	0.2346	0.7038	0.0741
-0.3655	0.9450	2.506	-0.3874	6	219.90	-11.349	0.5857	3.3784	3.9641	5.1355	-0.2046
f = 1.0301	Σ	0	-0.0010		93.85	0.601	-0.0735	-0.0356	-0.1091	-0.2561	-0.0070

Abb. 10 Concentric Lens

Bei anastigmatischen Objektiven sind Astigmatismus und Bildfeldkrümmung korrigiert. Für die Beseitigung der Bildfeldkrümmung gibt es drei Möglichkeiten:

- Geeignete Verteilung der gesamten Brechkraft auf die sammelnden und zerstreuen Linsen (Pantoskop).
- v.HOEGHscher Meniskus (Hypergon).
- Geeignete Glaswahl (Neuachromat).

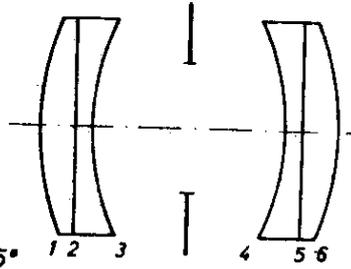
Bei einem Neuachromaten besitzt das Glas mit dem höheren Brechungsindex auch den höheren ν - Wert, wodurch schon beim dickenlosen System chromatische Aberration und PETZVALsumme korrigiert werden können, wenn $n_1/\nu_1 = n_2/\nu_2$ gewählt wird.

Das erste Weitwinkelobjektiv mit solchen Gläsern ist die von SCHROEDER errechnete Concentric Lens (Abb. 10). Die sphärische Aberration dieses Systems ist gegenüber den Altachromaten bedeutend verringert worden. Astigmatismus und Bildfeldwölbung sind klein. SCHROEDER hat jedoch, wahrscheinlich wegen der erwünschten planen Kittflächen, einen geringen negativen Betrag der PETZVALsumme zugelassen, wodurch die Überkorrektion der astigmatischen Bildschalen noch erhöht wird. Von ROHR gibt den Bildwinkel des Systems mit $2 w_1 = 62^\circ$ an.

6) Ein errechneter Neuachromat.

	r	d	n_d	v
1	0.7095	0.0200	16910	54.8
2	0.9530	0.0100	15487	45.4
3	0.15184	0.0550	1	
4	-0.15184	0.0550		
5	-0.9530	0.0100	15487	45.4
6	-0.17095	0.0200	16910	54.8
	0.700			

Öffn.verh. 1:12
Bildwinkel $2\omega=75^\circ$



s	ω	100Chr	100DM	A	B	Γ	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E	
∞	1	5.421	0.4610	1	48.37	4.114	0.3499	2.3904	27403	3.4400	0.2331
0.3983	0.9522	-0.142	0.0736	2	1.12	-0.582	0.3026	-0.0570	0.2456	0.8507	-0.1277
0.3681	0.9270	-5.097	-0.6526	3	-30.78	-3.941	-0.5045	-2.3334	-2.8379	-3.8470	-0.3633
1.5753	0.8665	-5.366	0.6100	4	-55.16	6.270	-0.7128	-2.3334	-3.0461	-4.4716	0.3463
-0.5299	0.8832	-0.064	-0.0683	5	0.15	0.158	0.1683	-0.0570	0.1113	0.4479	0.1188
-0.5705	0.9153	5.378	-0.4220	6	71.21	-5.588	0.4385	2.3904	2.8289	3.7058	-0.2220
$f=1.0136$	Σ	0.129	0.0018		34.91	0.431	0.0420	0	0.0420	0.1259	0.0149

Abb. 11 Neuachromat

Da sich in der Literatur kein weiterer einfach aufgebauter Neuachromat als Vergleichsobjektiv zur Concentric Lens findet und außerdem einmal untersucht werden sollte, wie durch systematische Änderung aller Bauelemente die Umkorrektur eines bekannten Objektivs möglich ist, wurde der in Abb. 11 dargestellte Neuachromat errechnet. Besonders interessierte die Frage, wie weit eine Verringerung der sphärischen Aberration bei anastigmatischer Korrektur zu erreichen sein würde.

Die Rechnung ergibt, daß der Öffnungsfehler durch Erhöhung der Brechzahldifferenz und der Linsendicken vermindert werden kann, denn durch beide Änderungen wird eine Vergrößerung der Radien erreicht, bei denen astigmatische Korrektur noch möglich ist. Beiden Schritten sind jedoch Grenzen gesetzt. Die maximale Brechzahldifferenz ist durch die vorhandenen Gläser und die Forderung nach chromatischer Korrektur begrenzt. Die ΣA als Funktion der Glasdicke bei größtmöglichen Radien ist eine e-Funktion, Werte des Öffnungsfehlers $\Sigma A < 30$ sind nur durch sehr große Linsendicken zu erreichen.

Bei der Rechnung ergibt sich weiter, daß Verzeichnung und Astigmatismus des ganzen Systems bei größtmöglichen Radien unabhängig von Linsendicken und Brechzahldifferenz bei einem Abstand

der beiden symmetrischen Hälften von $d_3 \approx 0,04$ (für $f = 1$) behoben sind. Der Zonenfehler des Astigmatismus ist aber groß. Zur Erreichung einer besseren Lage der astigmatischen Bildschalen muß der Abstand zwischen den beiden Teilsystemen vergrößert werden, wodurch wiederum die Verzeichnung anwächst, so daß also bei der Wahl der Baulänge ein Kompromiß zwischen den Fehlern geschlossen werden muß.

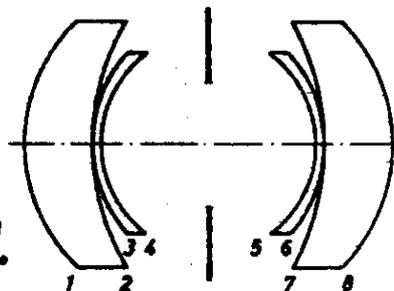
Die beschriebenen Rechnungen sind mit korrigierter PETZVALsumme durchgeführt worden. Läßt man eine positive PETZVALsumme zu, so ändert sich nichts an der Aussage über die sphärische Aberration und den Systemabstand für die Korrektur der Verzeichnung. Die günstigste Lage der astigmatischen Bildschalen wird aber für eine kleinere Baulänge errechnet, so daß eine bessere Fehlerverteilung erreicht wird.

Genauere Untersuchungen über den günstigsten Betrag der PETZVALsumme sind nicht durchgeführt worden.

7) Das Topogon (1933 - RICHTER)

	r	d	n _d	v
1	0,0684	0,06460	1,6185	60,5
2	0,23382	0,00026	1	
3	0,13276	0,00661	1,7261	29,0
4	0,06931	0,10159	1	
5	-0,10951	0,10159	1	
6	-0,13276	0,00661	1,7261	29,0
7	-0,25039	0,00026	1	
8	-0,17081	0,06698	1,6185	60,5
		0,34850		

1 : 6,3
2w₁ = 90°



(Daten nach D.R.P. Nr.636167 Carl Zeiss, Jena, 1933)

s	ω	100Chr	100DM	A	B	Γ	P	Γ·P	3Γ·P	E	
∞	1	4751	-0,2188	1	50,84	-2,341	0,1078	2,2905	2,3983	2,6139	-0,1104
0,3720	0,8520	-1480	-0,5470	2	0,16	0,058	0,0213	-1,6343	-1,6130	-1,5704	-0,5963
0,5860	0,8517	8,33	0,5903	3	12,53	0,089	0,0631	3,1686	3,2317	3,3579	0,2293
0,2339	0,8283	-11,342	-0,1544	4	-57,17	-0,778	-0,0106	-3,8413	-3,8519	-3,8731	-0,0528
1,1338	0,7024	-8743	0,1309	5	-68,62	0,922	-0,0224	-3,8413	-3,8537	-3,8785	0,0518
-0,3069	0,7179	7497	-0,4985	6	25,04	-1,665	0,1107	3,1686	3,2793	3,5006	-0,2180
-6,4353	0,7179	-1569	0,4836	7	-3,32	1,023	-0,3153	-1,5266	-1,8419	-2,4725	0,5679
-0,6833	0,7939	3569	0,0590	8	4,371	2,070	0,0980	2,2372	2,3353	2,5313	0,1106
f=1,0033	Γ	0,017	-0,0437		3,17	0,178	0,0627	0,0214	0,0841	0,2054	-0,0176

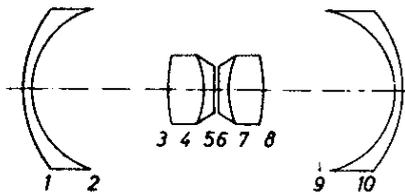
Abb. 12 Topogon

Das Topogon ist das erste Weitwinkelobjektiv, welches bei einem Bildwinkel von $2w_1 = 90^\circ$ ein Öffnungsverhältnis 1 : 6,3 besitzt. Die hervorragende sphärische Korrektur des Objektivs wird durch Aufspalten der Kittflächen erreicht. Teilt man die

Anastigmaten nur in die oben (Absatz 5) aufgeführten drei Gruppen ein, so ist das Topogon zu den unter a) genannten Systemen zu rechnen. Für die Durchrechnung ist das in der Patentschrift¹⁶⁾ unter Nr.2 aufgeführte Objektiv (Abb.12) ausgewählt worden.

8) Das Russar (1946 - ROUSSINOV)

	r	d	n _d	v
1	0.50839	0.03090	1.6359	43.3
2	0.32613	0.51428	1	
3	0.68367	0.13224	1.6126	58.6
4	-0.35272	0.04413	1.5480	45.9
5	1.89611	0.00709	1	
6	-1.86193	0.04354	1.5480	45.9
7	0.34640	0.12994	1.6126	58.6
8	-0.67124	0.50221	1	
9	-0.32010	0.03033	1.6242	35.9
10	-0.49660			
		143466		



Daten n. Patent Nr.935617(Frankr.) (Roussinov1946)

s	ω	100Chr	100DM	A	B	Γ	P	Γ+P	3Γ+P	E	
∞	1	2.164	0.0392	1	1.81	0.033	0.0006	0.7646	0.7652	0.7664	0.0139
1.2770	0.9764	-3.918	0.7447	2	-14.55	2.765	-0.5256	-1.1919	-1.7175	-2.7687	0.3265
-2.0096	1.3122	2.717	0.6160	3	7.41	1.681	0.3812	0.5557	0.9369	1.6993	0.2124
3.9151	1.2693	-1.395	0.2021	4	5.80	-0.840	0.1216	0.0733	0.1949	0.4381	-0.0282
2.5574	1.2478	-0.322	-0.9779	5	0.01	0.021	0.0636	-0.1867	-0.1231	0.0041	-0.3743
3.1545	1.2450	-1.296	0.9757	6	-0.54	0.406	-0.3057	-0.1901	-0.4958	-1.1071	0.3734
6.81927	1.2442	-1.196	-0.1982	7	3.36	0.557	0.0924	0.0747	0.1670	0.3517	0.0277
7.5788	1.2232	3.150	-0.5738	8	15.98	-2.911	0.5308	0.5659	1.0962	2.1568	-0.1997
0.3864	0.5319	-2.255	-0.5108	9	-6.13	-1.388	-0.3143	-1.2006	-1.5148	-2.1433	-0.3431
2.5142	0.5255	1.510	-0.0187	10	1.94	-0.024	0.0003	0.7739	0.7742	0.7748	-0.0096
f=1.0000	Γ	-0.841	0.2984		15.10	0.301	0.0444	0.0388	0.0832	0.1720	-0.0010

Abb.13 Russar

Neben dem Topogon ist das Russar ein typisches Beispiel der modernen Weitwinkelobjektive. Dieses Objektiv, das zur Gruppe der Neuachromate zu rechnen ist, hat als wesentliches Merkmal die außenliegenden Negativlinsen geringer Brechkraft, welche die natürliche Vignettierung des Systems herabsetzen, wie in § 7 noch ausführlich gezeigt wird.

Als Rechenbeispiel ist das in dem französischen Patent ROUSSINOVs¹⁷⁾ als Russar 22 (Abb.13) bezeichnete Objektiv ausgewählt worden.

§ 7 Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive.

1) Die monochromatischen Fehler.

In Abb. 14 a-h sind die monochromatischen Fehler der gerechneten Objektive dargestellt. Aufgezeichnet sind sphärische Aberration, Astigmatismus, Verzeichnung und die Wellenflächenkoeffizienten in der AP, die durch Koma und sphärische Aberration bedingt sind. Die Koeffizienten A_{20} und A_{02} sind nicht aufgetragen, weil der Astigmatismus der Systeme durch die Darstellung nach v.ROHR besser gekennzeichnet wird.

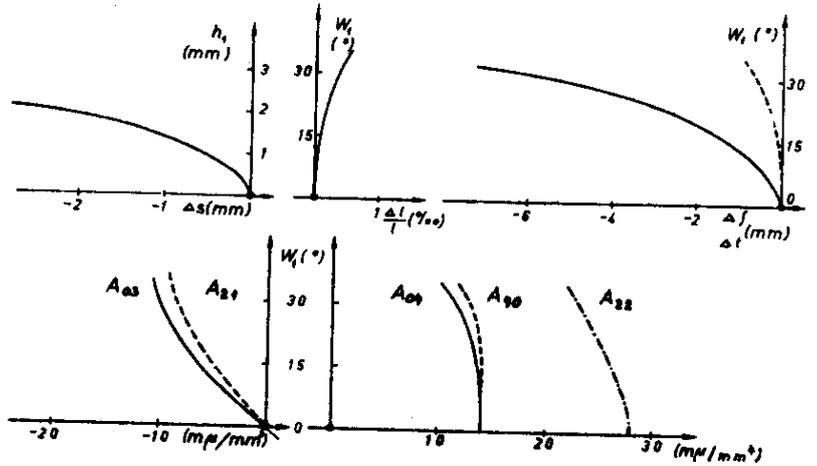
Betrachtet man nur die drei üblichen Aberrationskurven, so sind zwar Aussagen über die Abbildungseigenschaften der einzelnen Objektive möglich, Vergleiche können jedoch nicht gezogen werden; denn aus den Kurven ist z.B. nicht abzulesen, daß das Pantoskop dem Weitwinkelaplanaten bei der Abbildung schiefer Bündel auch dann überlegen ist, wenn der Bildwinkel beider Objektive auf $2 w_1 = 80^\circ$ beschränkt wird. Ein Zusammenhang zwischen einzelnen Systemen ist ebenfalls nicht zu erkennen.

Nimmt man zur Beurteilung der Objektive die Kurven der Wellenflächenkoeffizienten hinzu, so können weitergehende Aussagen über die Abbildungsgüte gemacht werden. Auffallend ist dabei vor allem der grundsätzliche Unterschied zwischen Anastigmaten und Aplanaten. Während bei allen Anastigmaten die sphärischen Fehler mit der Neigung abnehmen und die Komafehler nach Erreichen eines Maximalwertes ebenfalls kleiner werden, wachsen bei den Aplanaten beide Fehler stark an. Hinzu kommt die große astigmatische Bildfeldkrümmung dieser Systeme. Sie haben sich deshalb in der Praxis auch nicht bewährt (§ 6, 4).

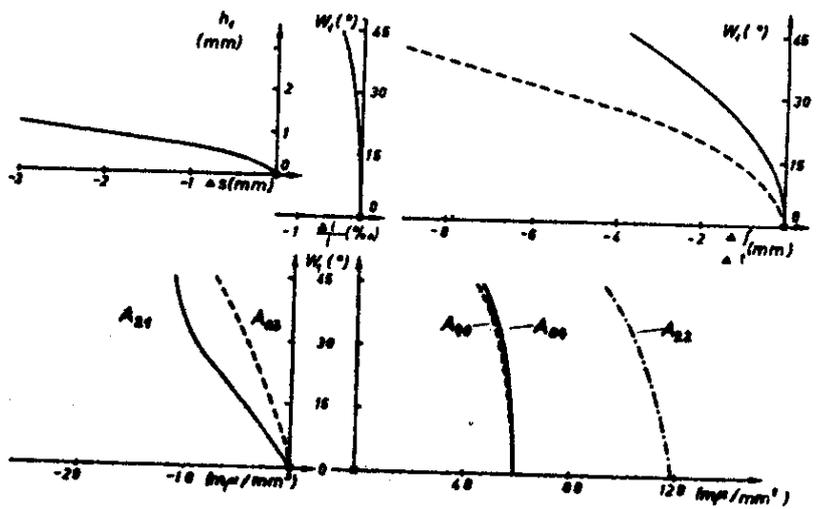
Vergleicht man die Wellenflächenkoeffizienten der anastigmatischen Objektive, wozu auch die Globe Lens in weiterem Sinne zu rechnen ist, so sieht man, daß gleiche Weitwinkelobjektivtypen auch gleichartige Fehlerkurven besitzen. Bestimmte Gesetzmäßigkeiten gelten sogar für alle Anastigmaten, so z.B., daß der Koeffizient der gemischten sphärischen Aberration A_{22} annähernd durch die Summe von tangentialem und sagittalem Öffnungsfehler bestimmt ist. Diese beiden Koeffizienten sind für die symmetrischen Anastigmaten

Abb.14 Die Fehlerkurven der beschriebenen Objektive.

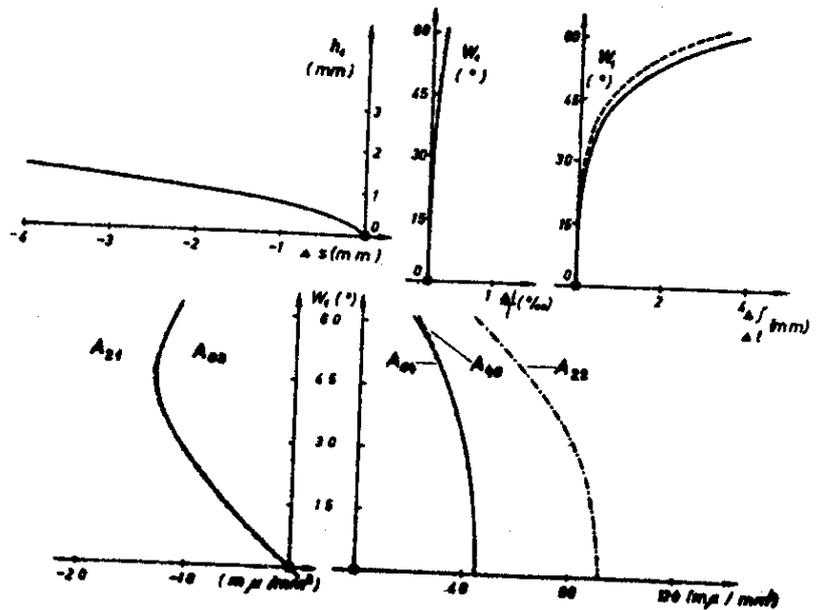
a)
Globe Lens



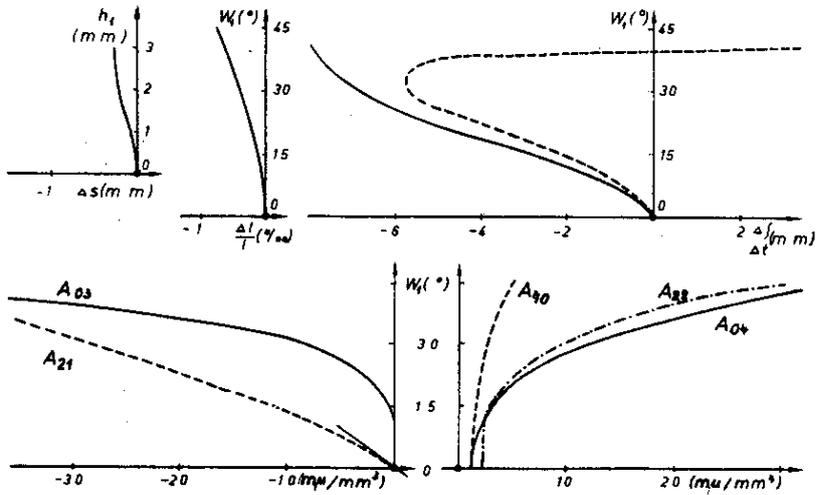
b)
Pantoskop



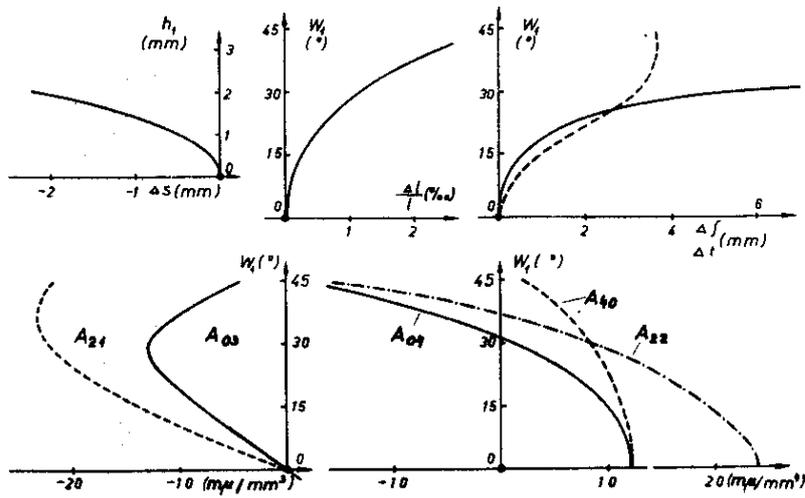
c)
Hypergon



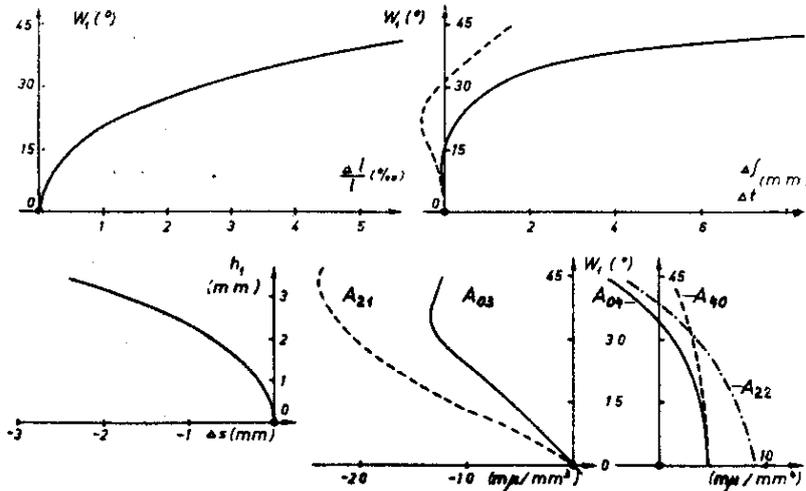
e) Weitwinkelplanat



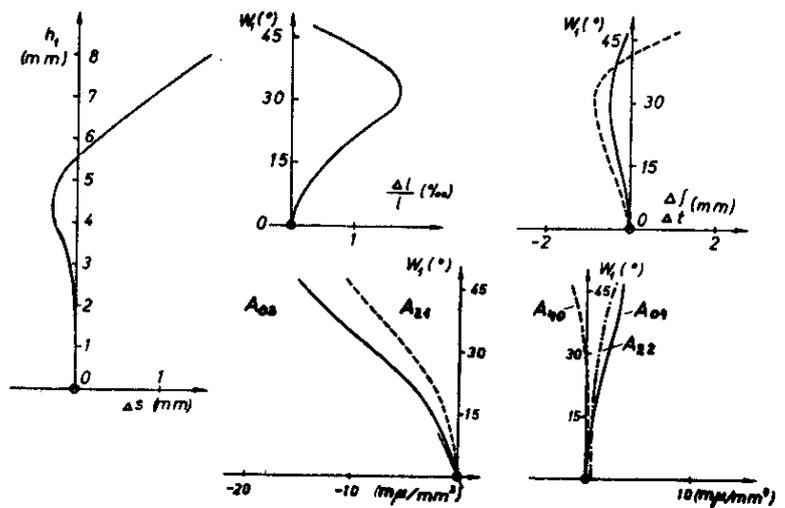
f) Concentric Lens



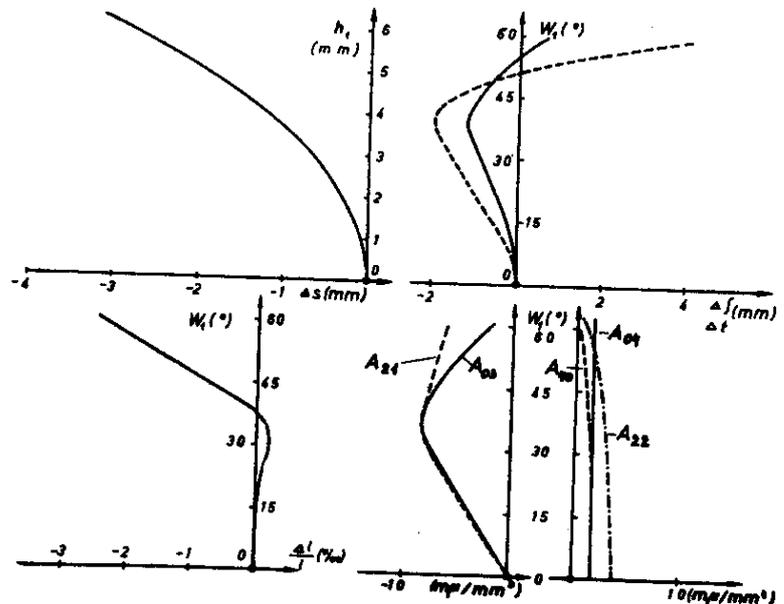
f) Neuachromat



g)
Topogon



h)
Russar



des Typs a) und b) (§ 6, 5) bis zu großen Winkeln annähernd gleich während bei den symmetrischen Neuachromaten eine weit stärkere Abnahme des tangentialen als des sagittalen Koeffizienten vorhanden ist.

Die Komakoeffizienten der gerechneten Objektivs sind ebenso wie im SEIDEL'schen Gebiet auch bei endlicher Hauptstrahlneigung von gleicher Größenordnung. Alle Kurven A_{ik} ($i+k = 3$) als Funktion von w_1 haben zwischen $w_1 = 30^\circ$ und $w_1 = 40^\circ$ ein Maximum. Bei den Neuachromaten ist die Abnahme der Koeffizienten dann stärker als bei den anderen Systemen. Die Differenz zwischen den beiden

Komakoeffizienten wächst mit der Neigung, wobei A_{21} bei den Neuachromaten größer und bei den anderen Typen kleiner als A_{03} ist. Die bei manchen Objektiven schon im Bereich kleiner Winkel auftretenden Abweichungen zwischen A_{21} und A_{03} sind eine Folge der nur näherungsweise Bestimmung der Koeffizienten.

Neben der Erkenntnis, daß die Wellenflächen gleichartiger Systeme ähnlich sind, gewinnt man aus den Kurven der Koeffizienten sofort einen Überblick über die Anteile der einzelnen Fehler an der Gesamtaberration. Außerdem ist es aber auch möglich, durch Einsetzen der errechneten Werte in Gleichung (2,5) genaue Angaben über Form und Größe der Zerstreuungsfigur zu erhalten. Die Dichte der Durchstoßpunkte in einer Bildebene ist ein Maß für die Beleuchtungsstärke (HERZBERGER¹⁸). Ebenso kann die Definitionshelligkeit in einer Einstellebene bestimmt werden, wie in § 8 gezeigt wird. Innerhalb des Gebietes 3. Ordnung sind also mit Hilfe der Wellenflächenkoeffizienten weitgehendere Aussagen über die Abbildungsgüte und somit Vergleiche zwischen einzelnen Objektiven möglich.

2) Die chromatischen Fehler.

In Tab.6 sind die SEIDELschen Summen der gerechneten Objektive für Farbe d (bzw. D) und die Abweichungen von diesen Summen bei der Farbe g zusammengestellt. Chromatische Längsaberration und Farbvergrößerungsfehler sind ebenfalls auf diese Farbdifferenz bezogen ($\Delta n/n = (n_g - n_d)/n_d$).

Bei den älteren Objektiven ist $n_g - n_d$ für ein Glas aus einem Glaskatalog entnommen und für das zweite Glas dann so bestimmt worden, daß $\sum \text{Chr} = 0$ ist. Die errechneten Brechzahldifferenzen für das zweite Glas stehen bei keinem der Systeme im Widerspruch zu den Glaskatalogen, so daß die Annahme $\sum \text{Chr} = 0$ berechtigt erscheint.

Aus den errechneten Differenzen ist zu ersehen, daß sich der Weitwinkelaplanat auch in der chromatischen Korrektur von den übrigen Objektiven unterscheidet. Insbesondere die Koma aber auch sphärische Aberration und Astigmatismus weisen eine größere und die PETZVALsumme eine kleinere Farbabhängigkeit auf, als dies bei den anderen Systemen der Fall ist. Vergleicht man die Anastigmaten,

Tab.6 Farbabhängigkeit der SEIDELschen Koeffizienten.

	A	B	Γ	P	E	100Chr	100 DM
<u>Globe Lens</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	100,18 0,89	0,537 -0,018	-0,1798 -0,0047	0,5509 -0,0039	-0,0021 -0,0005	0	-0,0121
<u>Pantoskop</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	460,33 5,62	0,335 -0,002	0,1100 0,0029	0,0090 -0,0169	0,0010 0,0001	0	-0,0144
<u>Hypergon</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	370,10 8,14	0,500 0,025	-0,0005 0,0067	0 0	-0,0005 0,0001	3,252	-0,0240
<u>Weitwinkelaplanat</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	16,27 - 7,28	0,573 -0,520	0,1289 -0,0188	0,5802 -0,0013	0,0044 -0,0004	0	0,0133
<u>Concentric Lens</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	93,85 1,55	0,601 0,013	-0,0735 -0,0022	-0,0356 -0,0188	-0,0070 0,0000	0	0,0010
<u>Neuachromat</u>							
$\Delta(n_g^{n_d} - n_d)$	34,91 0,40	0,431 0,007	0,0420 0,0013	0 -0,0186	-0,0149 -0,0001	0,129	0,0018
<u>Topogon</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	3,17 - 0,20	0,178 -0,028	0,0627 0,0278	0,0214 -0,0185	-0,0176 -0,0007	0,018	-0,0437
<u>Russar</u>							
$\Delta(n_g^{n_d} - n_d)$	15,09 0,42	0,301 -0,008	0,0446 0,0005	0,0388 -0,0163	-0,0010 -0,0023	-0,841	0,2983

so ist kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Typen feststellbar. Die Änderungen der SEIDELschen Summen sind bei allen gerechneten Objektiven bis auf einige Ausnahmen von gleicher Größenordnung. Man liest ab, daß beim Russar weder die chromatische Längsaberration noch der Farbvergrößerungsfehler korrigiert worden sind. Die chromatische Änderung der Verzeichnung ist bei diesem Objektiv ebenfalls größer als bei den übrigen. Beim Topogon dagegen wird eine besonders große Farbabhängigkeit des Astigmatismus errechnet, ein Fehler, welcher aus der Praxis bekannt ist, und der bei modernen Objektiven dieses Typs durch ein Korrektionsystem in der Nähe der Blende beseitigt worden ist¹⁹⁾.

Vergleicht man die aus den SEIDELschen Summen errechneten mit

Tab.7 Gegenüberstellung der durch Rechnung und Näherung bestimmten Aberrationsänderungen für Farbe g.

	Russar		Topogon	
	$w_1=0^\circ$	$w_1=57,0^\circ$	$w_1=0^\circ$	$w_1=45,6^\circ$
$\delta s_{ger.}$ (mm)	0,831		-0,052	
$\delta s_{SEID.}$	0,841		-0,018	
$\delta \Delta^{1/l}_{ger.}$ (°/∞)		-1,81		0,10
$\delta \Delta^{1/l}_{SEID.}$		-2,65		0,34
$\delta \Delta \left. \begin{array}{l} \text{ger.} \\ \text{SEID.} \end{array} \right\}$ (mm)		0,95		-0,67
		1,85		-0,47
$\delta \Delta^t_{ger.}$ (mm)		1,20		-2,50
$\delta \Delta^t_{SEID.}$		1,70		-3,25

den durch trigonometrische Rechnung ermittelten Abweichungen, so ergibt sich auch weit außerhalb des SEIDELschen Gebietes eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung zwischen Rechnung und Näherung, wie aus Tab.7 zu ersehen ist (Die Formeln von SLEVOGT¹⁵⁾ sind hier sinngemäß nur auf die Abweichungen der Aberrationen angewendet worden). Die Differenzbeträge der SEIDELschen Summen zwischen zwei Wellenlängen dürfen also als Maß für die Aberrationsänderungen gewertet werden.

Tab.8 Farbabhängigkeit der Wellenflächenkoeffizienten.

	A_{03}	A_{21}	A_{04}	A_{22}	A_{40}
	(m μ /mm ³)		(m μ /mm ⁴)		
<u>Topogon</u> $w_1 = 45,6^\circ$					
n_D NI	-14,7	-10,0	3,5	2,8	-1,3
n_g NI	-14,8	-9,8	3,9	3,2	-1,2
<u>Russar</u> $w_1 = 57,0^\circ$					
n_d NI	-3,4	-5,0	1,9	1,4	0,5
n_g NI	-5,3	-6,3	1,9	1,5	0,5

In Tab.8 sind schließlich die Wellenflächenkoeffizienten für $n_d(D)$ und n_g der beiden in Tab.7 betrachteten Beispiele gegenübergestellt. Es zeigt sich, daß die Farbabhängigkeit dieser Koeffizienten nicht größer als die Abweichung zwischen den einzelnen Näherungen bei einer Farbe ist.

3) Natürliche Vignettierung.

Neben den Abbildungsfehlern spielt bei der Beurteilung der Weitwinkelobjektive auch die durch das System bedingte Änderung der Beleuchtungsstärke in der Bildebene eine Rolle. Es ist

$$(7,1) \quad E = E_0 \frac{F}{F_0} \cos^4 w_1$$

Der Faktor $\frac{F}{F_0} = F_{EP}(w_1^0)/F_{EP}(0^0)$ wird natürliche Vignettierung des Systems genannt.

Es ist das Verdienst ROUSSINOV²⁰⁾, als erster auf die Bedeutung der natürlichen Vignettierung für den Lichtabfall in der Bildebene hingewiesen zu haben. Sein Konstruktionsprinzip, weit außen liegende Negativlinsen geringer Brechkraft, durch welche die EP für Strahlen endlicher Neigung vergrößert wird, ist bei allen modernen Weitwinkelobjektiven zu finden.

Die Berechnung der natürlichen Vignettierung aus der angegebenen Formel ist umständlich, weil die Größe der Eintrittspupille für schief einfallende Bündel nur schwer durch Rechnung bestimmt werden kann. Hält man jedoch anstelle der Aperturblende die EP konstant, so ist der Faktor F/F_0 ohne Mühe zu ermitteln; denn besitzt ein System eine natürliche Vignettierung $F/F_0 < 1$, so bedeutet dies, daß die EP für Strahlen endlicher Neigung verkleinert wird, oder anders ausgedrückt, daß ein schief einfallendes Strahlenbündel gleicher Öffnung die Ebene der Aperturblende mit größerem Durchmesser als ein achsenparalleles Bündel durchsetzt.
Das Verhältnis

$$(7,2) \quad F_{BL}(0^0) : F_{BL}(w_1^0) \quad \text{bei konstanter EP}$$

ist somit ebenfalls ein Maß für die natürliche Vignettierung des Systems. Da die Durchstoßpunkte in der Aperturblende der trigonometrischen Durchrechnung zu entnehmen und daraus die gesuchten Flächen zu bestimmen sind, ist die Berechnung der natürlichen Vignettierung nach (7,2) ohne Schwierigkeiten möglich.

Ermittelt man das gesuchte Verhältnis in der eben beschriebenen Weise, so ergibt sich, daß

- a) die Größe der EP beliebig gewählt werden kann, weil sie das Verhältnis nur unwesentlich beeinflusst,
- b) zur Berechnung der Blendenfläche die Durchstoßpunkte der drei für die Näherung II (§ 3,6) gerechneten Komastrahlen genügen. Rechnet man mehr Komastrahlen und planimetriert die Flächen aus, so stimmen die Ergebnisse innerhalb der Meßgenauigkeit überein.

In Abb.15 ist die natürliche Vignettierung der gerechneten Systeme als Funktion von w_1 aufgetragen. Man liest ab, daß die Pupillenverhältnisse gleichartiger Systeme übereinstimmen. Aus den Kurven ist weiter zu ersehen, daß das Flächenverhältnis im allgemeinen kleiner oder gleich 1, beim Russar dagegen viel größer ist. Die Angabe ROUSSINOVs, das Pupillenverhältnis beim Russar sei

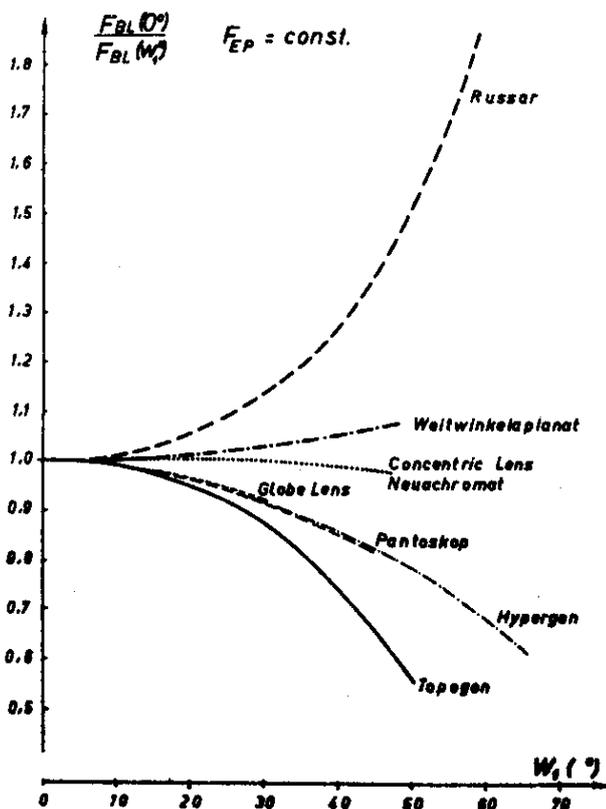


Abb.15
Natürliche Vignettierung
der untersuchten Objektivs.

so bestimmt worden, daß $F/F_0 = 1/\cos w_1$ ist, wird durch die Rechnung bestätigt. Beim Topogon, dem Objektiv mit der stärksten Vignettierung, ist das Verhältnis der Blendenflächen ungefähr gleich $\cos w_1$. Die Abnahme der Beleuchtungsstärken beträgt demnach in diesen beiden Extremfällen $E = E_0 \cos^3 w_1$ bzw. $E = E_0 \cos^5 w_1$. In Tabelle 9 ist das Verhältnis E/E_0 als Funktion von Vignettierung und Neigungswinkel w_1 errechnet. Die durch Linsenfassungen und Blendenränder bewirkte Vignettierung vermindert die Beleuchtungsstärke bei allen Systemen noch weiter.

Tab.9 Die Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit von Vignettierung und Neigungswinkel w_1 .

$\frac{E}{E_0} \backslash w_1$	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$\cos^3 w_1$	0,9551	0,8298	0,6495	0,4495	0,2656	0,1250
$\cos^4 w_1$	0,9406	0,7798	0,5624	0,3443	0,1707	0,0625
$\cos^5 w_1$	0,9263	0,7327	0,4871	0,2637	0,1097	0,0313

Während vorstehend die mit der Strahlenoptik berechenbaren Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive beschrieben worden sind, sollen anschließend die sich aus den Wellenaberrationen der Systeme ergebenden Folgerungen diskutiert werden.

§ 8 Betrachtung der Wellenaberration.

Bei Betrachtung der Wellenaberration $V(2,3)$ ist es nicht immer notwendig, daß die Krümmungsmittelpunkte von Wellenfläche und Vergleichskugel auf der z-Achse liegen. Kippt man die Vergleichskugel gegenüber der Wellenfläche, wobei der Abstand a zwischen Kugelmittelpunkt und Hauptstrahl als sehr klein gegenüber dem Radius der Kugel R vorausgesetzt wird, so lautet die Gleichung der gekippten Kugel in dem zur Berechnung der Wellenfläche gewählten Koordinatensystem

$$(8,1) \quad z_0 = -\frac{a}{R} y + \frac{x^2 + y^2}{2R} + \frac{(x^2 + y^2)^2}{8R^3} + \dots$$

In den Gleichungen (2,3) bzw. (2,1) und (8,1) wird die Wellenaberration als Funktion von x und y angegeben. Diese Darstellung ist jedoch für die Beschreibung der Aberration wenig geeignet, es empfiehlt sich, V in Polarkoordinaten umzurechnen oder durch Kreispolynome zu beschreiben. Für die rechnerische Ermittlung von Höhenschichtkarten (Interferogrammen) benutzt man am besten die Funktion

$$(8,2) \quad V(r, \varphi) = \sum_{i, k} B_{ik} r^k \cos^i \varphi$$

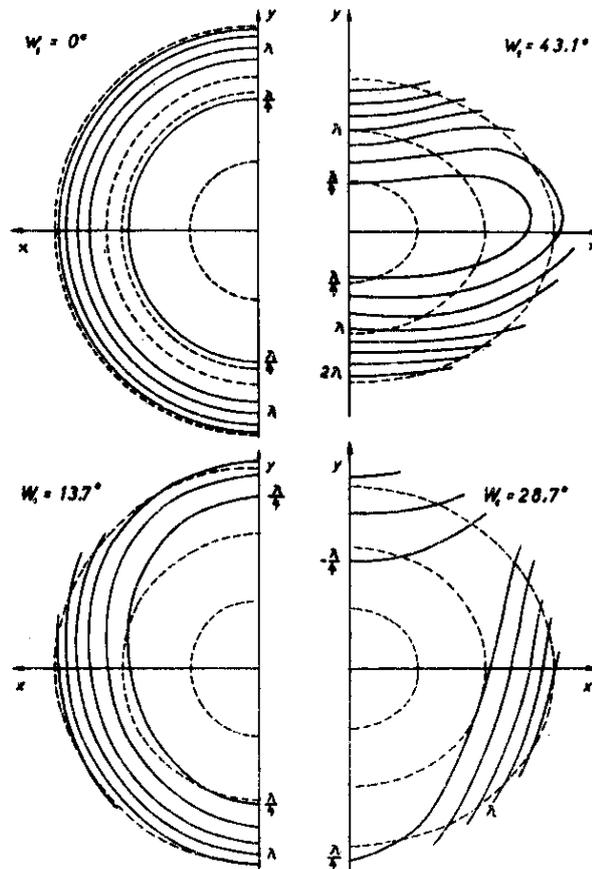


Abb. 16 Höhenschichtendarstellung der Wellenaberration für die Concentric Lens.
(Mittelpunkt der Vergleichskugel im sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl).

Abb.16 zeigt das Ergebnis einer solchen Rechnung für die Concentric Lens. Die Schichten sind mit $\lambda/4$ gestuft. Der Mittelpunkt der Vergleichskugel ist bei allen Neigungen in den sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl gelegt. Aufgetragen sind neben den Höhenschichten (ausgezogen) auch die Durchstoßpunkte (gestrichelt) der Strahlen durch die Ebene der Wellenfläche, welche die EP auf Kreisen mit 1,2 und 3 mm Durchmesser durchsetzen.

Die Höhenschichtlinien für Wellenaberrationen größer als λ sind ungenau, weil nur mit einer Näherung 3.Ordnung gerechnet worden ist. Aus der Änderung der Wellenaberration mit der Neigung läßt sich der Einfluß der einzelnen Fehler ablesen. Bei 0° Neigung ist nur sphärische Aberration vorhanden. Koma und Astigmatismus bewirken bei geringer Hauptstrahlneigung eine Kompensation dieses Fehlers, es wird ein Optimum der Abbildung erreicht. Bei $w_1 = 43,1^\circ$ ist dann die Korrektur durch den starken Astigmatismus deutlich verschlechtert.

Solche Höhenschichtenkarten lassen sich nun für jede Weigung und für jede Einstellebene aufzeichnen. Man gewinnt dabei einen Überblick über den Korrektionsverlauf in den verschiedenen Einstellebenen, ohne jedoch genaue Angaben über die Wirkung der einzelnen Fehler zu erhalten. Ebenso ist es unmöglich, die beste Einstellebene zu bestimmen oder den günstigsten Verlauf der Fehlerkurven zu ermitteln. Die Methode hat außerdem den Nachteil, sehr zeitraubend zu sein.

Zur Berechnung der Abbildungsgüte ist es notwendig, die Wellenaberration durch folgende Reihenentwicklung zu beschreiben:

$$(8,3) \quad V(r, \varphi) = \sum_{i, k} C_{ik} r^k \cos i \varphi$$

Nach einem Vorschlag von ZERNIKE²¹⁾ ersetzt man die r^k dann durch Kreispolynome und erhält

$$(8,4) \quad V(r, \varphi) = \sum_{i, k} D_{ik} R_k^i(r) \cos i \varphi$$

Die Definitionshelligkeit (DH), wie nach STREHL das Verhältnis der Beugungsmaxima von aberrationsbehafteter zu aberrationsfreier Welle genannt wird, errechnet sich aus dieser Entwicklung nach SLEVOGT²²⁾ zu

$$(8,5) \quad DH = 100 \left\{ 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{3} D_{02}^2 + \frac{1}{5} D_{04}^2 + \frac{1}{4} D_{11}^2 + \frac{1}{8} D_{13}^2 + \frac{1}{6} D_{22}^2 + \frac{1}{10} D_{24}^2 + \frac{1}{8} D_{33}^2 + \frac{1}{10} D_{44}^2 \right) \right\}$$

In dieser Formel hat jedes Fehlerglied einen physikalischen Sinn. So ist z.B. der durch den Koeffizienten D_{02} gegebene Anteil an der Verringerung der DH durch die Wahl einer falschen Einstellebene bedingt. Der Koeffizient D_{11} ist ein Maß für die seitliche Auswanderung des Maximums der DH, welche durch die Koma des Systems hervorgerufen wird. Eine ausführliche Diskussion der Gleichungen (8,4) und (8,5) wird in einer demnächst erscheinenden Veröffentlichung von SLEVOGT durchgeführt.

Damit ist nun die Voraussetzung für die zahlenmäßige Beschreibung der einzelnen Fehleranteile in jeder Einstellebene und bei jeder Neigung gegeben. Da es jedoch zweckmäßig ist, die DH als Funktion der Neigung nicht auf gleiche Öffnungen der Wellenfläche, sondern auf gleichgroße EP-Flächen zu beziehen, die Formeln aber nur für eine kreisförmige Öffnung, d.h. konstantes r_{\max} für alle Winkel φ Gültigkeit haben, ist eine Koordinatentransformation angebracht.

Man ersetzt in Gleichung (2,3) y durch $\eta = y/\cos w'_k$, wobei jedoch

$$(8,6) \quad V(\mathbf{x}, y) = V(\mathbf{x}, \eta) = \sum_{i,k} \overline{A}_{ik} \mathbf{x}^i \eta^k$$

sein soll. Durch diese Forderung sind die neuen Koeffizienten \overline{A}_{ik} als Funktion von A_{ik} und $\cos w'_k$ bestimmt. Aus den \overline{A}_{ik} errechnen sich entsprechende B'_{ik} bzw. C'_{ik} und aus den C'_{ik} wiederum die D'_{ik} .

Die aus den D'_{ik} für gleiche r_{\max} errechneten DH beziehen sich dann unabhängig von der Neigung immer auf gleiche EP-Flächen. Streng gültig ist diese Aussage jedoch nur, wenn die Bildebene im Unendlichen liegt und die Pupillenaberration der Systeme vernachlässigbar klein ist.

In Tab.9 sind die DH im sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl für einige der gerechneten Objektive bestimmt. Die Öffnung ist dabei so groß gewählt worden, daß die Wellenaberration des achsen-nahen Bündels $\lambda/4$ und somit die DH für $w_1 = 0^\circ$ 80% beträgt. Beim Topogon, welches in der Achse außerordentlich gut korrigiert ist, wird $r_{EP} = r_{EP\max}/2$ gewählt. Dieser Wert ergibt sich auch etwa für die aus der $\lambda/4$ -Bedingung errechneten Öffnungen der anderen Objektive, so daß ein Vergleich der Ergebnisse möglich wird.

Neben der DH ist auch der bei der Korrektion des Systems maximal erreichbare Betrag der DH angegeben, das heißt, es sind die durch D'_{02} und D'_{11} verursachten Beiträge null gesetzt worden, was durch passende Wahl von R und a immer erreicht werden kann.

Die errechneten Beträge der DH sowie die Verhältnisse der Fehlerausdrücke zueinander ändern sich, wenn mit einer anderen Öffnung gerechnet wird. Einige typische Eigenschaften der gerechneten Objektive sind jedoch bereits zu erkennen. So ist abzulesen, daß die beiden symmetrischen Neuachromate für die Abbildung stark geneigter Strahlenbündel wegen des großen Zonenfehlers des Astigmatismus ungeeignet sind. Beim Hypergon sind die Beiträge der außer-axialen Fehler zur DH sehr klein, die Bildgüte ist für alle Neigungen etwa gleich. Wird jedoch mit größerer Öffnung und einer bestimmten Einstellebene gerechnet, so trifft diese Aussage nicht mehr zu, wie aus einem Rechenbeispiel am Schluß dieses Abschnittes zu ersehen ist. Das Topogon hat in der Zone eine geringere Abbildungsgüte als am Rand, weil sich hier sphärische Aberration und Astigmatismus nicht kompensieren, sondern eine Summe aus beiden Fehlern den Anteil von D'_{22} bestimmt. Auch zeigt sich, daß die Berechnung der DH bei der relativ großen Öffnung des Topogons bereits ungenau wird, denn eine Unsicherheit der Koeffizienten A_{ik} von $0,1 \text{ mm/mm}^{ik}$ hat bei einigen Gliedern bereits einen Fehler der DH von mehreren Prozenten zur Folge. Am Beispiel des Topogons wird

Tab. 9 Die DH als Funktion der Hauptstrahlneigung w_1 für einige der gerechneten Objektive.
(Mittelpunkt der Vergleichskugel im sagittalen Bildpunkt)

w_1 (°)	D'_{02}	D'_{04}	D'_{11}	D'_{13}	Anteil von (%)			D'_{24}	D'_{33}	D'_{44}	DH	DH _{max} (%)
Concentric Lens $r_{max} = 1,9$ mm												
0	23,30	1,55	4,10	0,51	3,80	0,01	0,14	0,02	0,02	0,02	75,15	98,45
13,75	18,85	1,07	7,64	0,95	17,34	0,17	0,46	0,02	0,02	0,02	81,50	94,45
28,66	0	0,25	2,01	0,25	139,74	0,17	0,82	0,07	0,07	0,07	73,17	80,81
43,09	81,45	0,02									-124,53	-41,07
Neuachromat $r_{max} = 2,4$ mm												
0	20,31	1,35	6,56	0,82	0,85	0,02	0,79	0,05	0,05	0,05	78,34	98,65
13,42	21,61	0,91	28,87	3,60	16,48	0,09	1,45	0,05	0,05	0,05	68,40	96,57
27,91	34,47	0,31	16,73	2,09	194,64	0,13	2,63	0,05	0,05	0,05	14,68	78,02
41,82	134,13	0,03									-250,43	-99,57
Hypergon $r_{max} = 1,33$ mm												
0	19,85	1,33	0,33	0,05	1,30	0,10	0,01	0,01	0,01	0,01	78,82	98,67
39,95	5,65	0,34	0,09	0,01	1,28	0,11	0,01	0,03	0,03	0,03	92,21	98,19
53,72	2,31	0,14	0,03	0	0,96	0,09	0,01	0,03	0,03	0,03	96,02	98,42
60,73	1,28	0,07									97,53	98,84
Russer $r_{max} = 3,0$ mm												
0	20,25	1,35	15,57	1,95	9,93	0	0,04	0	0	0	78,40	98,65
18,61	38,03	0,94	19,60	2,45	7,18	0,08	0,38	0	0	0	33,54	87,14
38,92	23,91	0,34	1,82	0,23	21,33	0,02	0,66	0	0	0	46,06	89,57
57,03	4,59	0,04									71,31	77,72
Topogon $r_{max} = 4,0$ mm												
0	0,62	0,04	6,29	0,79	25,82	0,19	1,46	0,75	0,75	0,75	99,34	99,96
11,47	10,62	0,04	37,93	4,74	83,71	1,69	7,08	0	0	0	54,04	70,95
28,16	37,05	0,67	134,97	16,89	18,15	6,74	2,11	3,00	3,00	3,00	-72,87	2,11
45,60	16,80	0	187,32	23,42	18,15	6,74	0,94	3,00	3,00	3,00	-98,66	53,11
	N I 10,95	0,04									-150,56	47,71

auch der Einfluß der gewählten Näherung auf die Genauigkeit der berechneten DH gezeigt.

Tab.10 Korrektur der strahlenoptisch ermittelten Verzeichnung.

w_1 (°)	a' (μ)	l (mm)	$\Delta l/l$	a'/l (°/∞)	$\Delta l/l_{\text{korr.}}$
<u>Concentric Lens</u> 1:15,9					
13,75	6,09	- 25,208	0,212	-0,242	-0,030
28,66	11,24	- 56,377	1,060	-0,199	0,861
43,09	9,95	- 96,682	3,085	-0,103	2,982
<u>Neuachromat</u> 1:12					
13,42	6,61	- 24,189	0,423	-0,273	0,150
27,91	17,65	- 53,810	2,112	-0,328	1,784
41,82	23,39	- 91,231	6,003	-0,256	5,747
<u>Hypergon</u> 1:20					
39,95	5,29	- 83,776	0,094	-0,063	0,031
53,72	5,63	-136,226	0,143	-0,041	0,102
60,73	5,57	-178,475	0,164	-0,031	0,133
<u>Russar</u> 1:8					
18,61	13,22	- 33,666	0,045	-0,393	-0,348
38,92	31,13	- 80,730	-0,102	-0,386	-0,488
57,03	37,06	-153,829	-2,153	-0,241	-2,394
<u>Topogon</u> 1:6,3					
11,47	4,93	- 20,358	0,344	-0,242	0,102
28,16	20,63	- 53,790	1,629	-0,384	1,245
45,60	45,93	-102,498	0,654	-0,448	0,206

Die Tatsache, daß das Maximum der DH nicht im Schnittpunkt Hauptstrahl-Bildebene, sondern bedingt durch die Koma im Abstand a von diesem entfernt liegt, bedeutet aber physikalisch, daß die strahlenoptisch errechnete Verzeichnung nicht mit der durch die Richtung der maximalen DH bestimmten wirklichen Verzeichnung übereinstimmt. Wird die Auffangebene in den Schnittpunkt Hauptstrahl-GAUSSsche Bildebene gelegt, so ist das in dieser Ebene errechnete a ein Maß für die Änderung der Verzeichnung. Die Projektion von a auf die GAUSSsche Bildebene ergibt mit $a' = a/\cos w_k'$ das zur Ermittlung der wahren Verzeichnung benötigte Korrektionsglied. Ist l die Durchstoßhöhe des Hauptstrahls in der GAUSSschen Bildebene, so gibt a'/l die Änderung der Verzeichnung in Prozenten an. In Tab.10 sind

die Abweichungen von der errechneten Verzeichnung für einige der gerechneten Objektive zusammengestellt. Um einen Überblick über die wirklich vorkommenden Änderungen zu erhalten, ($a' = c r_{\max}^2$) ist r_{\max} für jede Neigung aus der Größe der wirksamen EP überschlägig nach der Gleichung $r_{\max} = r_{EP} B_p \sqrt{F/F_0}$ berechnet worden, obwohl die Näherung 3. Ordnung bei so großen Öffnungen eigentlich nicht mehr angewendet werden darf.

Während im ersten Teil dieses Abschnittes die Güte des Korrektionszustandes durch die Berechnung der Definitionshelligkeit ermittelt worden ist, soll nun ein einfaches Beispiel zeigen, wie mit Hilfe der Gleichungen (8,2) bis (8,7) eine Verbesserung der Korrektion erreicht werden kann. Als Beispiel wird das Hypergon (Abb.8, § 6) gewählt, dessen Abbildungsgüte durch Änderung des Astigmatismus bedeutend zu steigern ist. Die durchgeführten Rechenschritte seien im folgenden kurz beschrieben:

- 1) Ermittlung der günstigsten Einstellebene (EE) für das achsennahe Bündel aus der Forderung $D_{02}' = 0$. Die Öffnung wird dabei so groß gewählt, daß die DH in dieser EE 80% beträgt.

Für das Hypergon ergibt die Rechnung

$$r_{\max} = 1,9 \text{ mm}, \quad R = 96,7792 \text{ mm, d.h.}$$

$$\Delta R = -3,2208 \text{ mm} = \frac{1}{2} \Delta s_{\max}$$

$$DH = 78,09\%$$

- 2) Berechnung der DH in dieser EE für endliche Neigungen. Der berechnete Verlauf der DH als Funktion von w_1 ist in Abb.17, Kurve a) dargestellt.
- 3) Berechnung von Δf und Δt aus der Forderung $D_{02}' = 0$ und $D_{22}' = 0$, wodurch die DH für $w_1 = 39,95^\circ$ auf 88,90% und für $w_1 = 60,73^\circ$ auf 96,32% erhöht werden kann (Abb.17, Kurve b). Es errechnet sich der in Abb.18 b aufgetragene Verlauf der astigmatischen Bildfeldkrümmung.
- 4) Änderung des Abstandes der beiden symmetrischen Hälften, wodurch im wesentlichen der Zonenfehler des Astigmatismus beeinflusst wird, während sich die anderen Fehler kaum ändern. Die Rechnung zeigt, daß eine Erhöhung von $d_2 = 12,666 \text{ mm}$ auf $d_2 = 12,74 \text{ mm}$ ($f = 100 \text{ mm}$) eine optimal erreichbare Übereinstimmung mit der

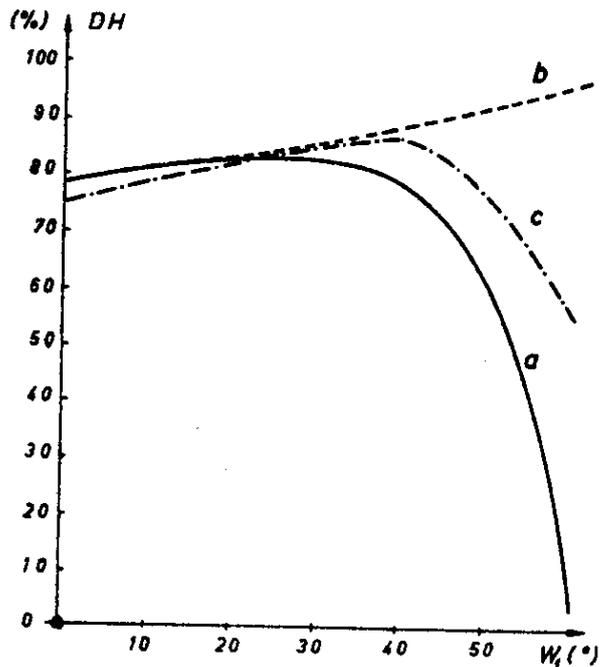


Abb.17 Die DH als Funktion der Neigung in der besten Einstell-
ebene für das achsennahe Bündel ($r_{\max} = 1,9 \text{ mm}$)

- a) vorhanden
- b) theoretisch zu erreichen
- c) nach der Korrektur erreicht

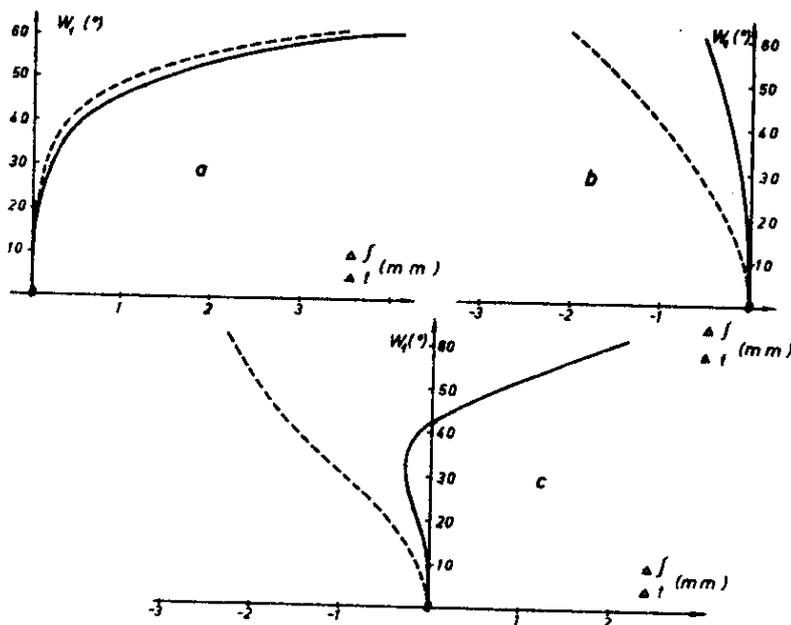


Abb.18 Der Verlauf des Astigmatismus

- a) vor der Korrektur
- b) gefordert, um optimale Abbildungsgüte bei dem gewählten Öffnungsverhältnis zu erhalten.
- c) maximal erreichbare beste Annäherung an b).

geforderten astigmatischen Bildfeldkrümmung ergibt. Der Gang des errechneten Astigmatismus ist in Abb.18 c dargestellt.

- 5) Berechnung der Wellenflächenkoeffizienten für das neu errechnete Hypergon. In Tab.11 sind die Koeffizienten beider Hypergone gegenübergestellt.
- 6) Berechnung der DH in der aus Forderung 1 errechneten besten EE für das korrigierte Hypergon, wobei r_{\max} beibehalten wird. Das Ergebnis ist in Abb.17, Kurve c) dargestellt, die erhebliche Verbesserung der DH durch die Korrektur ist deutlich zu erkennen. Eine geringe Abnahme der DH für $w_1 = 0^\circ$ ist auf die Zunahme des Öffnungsfehlers zurückzuführen.

Tab.11 Die Fehlerkoeffizienten des gegebenen und des neu errechneten Hypergons.

	A_{02} (μ/mm^2)	A_{20}	A_{03} ($\text{m}\mu/\text{mm}^3$)	A_{21}	A_{04}	A_{22} ($\text{m}\mu/\text{mm}^4$)	A_{40}
<u>$w_1 = 39,95^\circ$</u>							
alt	3,8180	3,8136	-12,6	-12,6	36,2	72,8	36,8
neu	3,8904	3,8371	-13,2	- 9,6	37,9	74,1	38,2
<u>$w_1 = 60,73^\circ$</u>							
alt	2,3679	2,3517	-11,0	-11,1	21,8	45,1	23,3
neu	2,5001	2,3948	-12,2	- 9,6	24,4	46,8	24,3

§ 9 Ergebnis der Untersuchungen.

Es werden Näherungsmethoden zur Ermittlung der Wellenfläche 4.Grades in der Umgebung eines Hauptstrahls angegeben. Die Fehlerkoeffizienten lassen sich mit ausreichender Genauigkeit durch einfache, im Rechenbüro durchführbare Rechenoperationen bestimmen.

Durch die Kenntnis der Wellenfläche wird es möglich, die Leistungsfähigkeit eines Objektivs näherungsweise allein durch Rechnung zu ermitteln, weil nun nicht nur Angaben über die Strahlenvereinigung im Meridionalschnitt gemacht, sondern auch die folgenden Rechnungen zur Bestimmung des Korrektionszustandes durchgeführt werden können:

- 1) Bestimmung der Durchstoßpunkte in einer beliebigen EE (2,5).
Ermittlung der gesamten Zerstreungsfigur oder der Beleuchtungsstärke.
- 2) Ermittlung von Höhenschichtenkarten (Interferogrammen) (8,2).
- 3) Errechnung der DH (8,4 und 8,5).

Es können nicht nur die DH der Systeme errechnet, sondern auch Angaben über Art und Größe von Aberrationsänderungen gemacht werden, die zu einer Verbesserung der Abbildungsgüte führen.

Die aus der Wellengleichung abgeleiteten Formeln gelten nur innerhalb des Gebietes der Fehler 3. Ordnung, welches durch Gleichung (3,14) gegeben ist. (In manchen Fällen darf r_{EP} 1,4 bis 1,65 mal größer gewählt werden, als aus (3,14) errechnet.) Eine Vergrößerung der zulässigen Öffnung wäre durch Hinzunahme der Fehlerglieder 4. und 5. Ordnung möglich, Jedoch wird eine Näherung höherer Ordnung im allgemeinen keine den größeren Aufwand rechtfertigende Verbesserung der Ergebnisse bringen, weil der Gültigkeitsbereich der Näherungen nicht nur durch die zulässige Öffnung begrenzt ist, sondern auch durch die Genauigkeit, mit der die Koeffizienten bestimmt werden können. Wegen der Vernachlässigung von z in (2,4) und infolge Unsicherheit der trigonometrischen Rechnung lassen sich die A_{ik} aber nur auf $0,1 \text{ mp/mm}^{ik}$ genau bestimmen.

Eine Abweichung von $0,1 \text{ mp/mm}^4$ bei den Koeffizienten der sphärischen Aberration bewirkt bei einem Öffnungsverhältnis von 1:10 und einem Neigungswinkel $w_1 = 60^\circ$ bereits eine Änderung der Durchstoßhöhen von maximal 12 μ . Für Koeffizienten, die mit höheren Öffnungspotenzen in die Gleichung (2,5) eingehen, ist die Unsicherheit entsprechend größer. Bei der DH hängt der Einfluß eines um $0,1 \text{ mp/mm}^4$ ungenau bestimmten Koeffizienten von dem Gesamtbetrag des Gliedes D_{ik} ab, in das er eingeht. Abweichungen der DH um 20% bei einem Öffnungsverhältnis 1:10 sind möglich.

Aus alledem folgt, daß eine Näherung 3. Ordnung zur Bestimmung der Abbildungseigenschaften eines optischen Systems in den meisten Fällen am vorteilhaftesten sein wird, weil genaue Aussagen über den Korrektionszustand doch nur für kleine Öffnungen möglich sind und qualitative Aussagen auch für größere Öffnungen mit ausreichen-

der Genauigkeit allein aus den Fehlern 3. Ordnung erhalten werden können. Die Kenntnis der Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche als Funktion der Hauptstrahlneigung wird sich deshalb trotz der angegebenen Einschränkungen ihres Gültigkeitsbereiches als eine wertvolle Hilfe bei der Koerrektio n von Objektiven erweisen.

Eine weitere Beurteilung der Systeme ist durch die Errechnung der natürlichen Vignettierung und der Farbabhängigkeit der SEIDELschen Summen möglich.

Die vorliegende Untersuchung wurde 1954/56 am Optischen Institut der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg durchgeführt.

Zum Schluß möchte ich nicht versäumen, Herrn Professor Dr. phil. H. Slevogt für die Anregung und Betreuung der Arbeit und viele wertvolle Hinweise meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen. Herrn Professor Dr.-Ing. M. Richter danke ich für die freundliche und kritische Durchsicht der Arbeit, sowie Herrn O beringenieur J. Hartmann für fördernde Diskussionen. Zu besonderem Dank bin ich der Vereinigung zur Förderung der Technischen Optik e.V. verpflichtet, welche durch ein Stipendium die Durchführung der Arbeit ermöglichte.

Literaturverzeichnis:

- 1) W.Hamilton Ergebnis der Einführung einer charakteristischen Funktion in die Optik.
British Association Reports 3 (1833) aus:
Abhandlungen zur Strahlenoptik S.409-420
Leipzig, Akademische Verlagsges., 1933
- 2) J.Petzval Bericht über die Ergebnisse einiger dioptrischer Untersuchungen. Pesth 1843
- 3) A.König u. M.v.Rohr Die Theorie der sphärischen Aberrationen. aus:
Die Theorie der optischen Instrumente Bd.I
Berlin, Springer Verlag, 1904
- 4) R.Tiedeken Über Näherungsformeln 3.Grades für die Umgebung eines Hauptstrahls in rotationssymmetrischen Systemen.
Jenaer Zeiß-Jahrbuch 1950, S.49-85,
Jena, Gustav Fischer Verlag
- 5) A.Gullstrand Über Astigmatismus, Koma und Aberration.
Ann.Phys. (4) 18 (1905), 941-973
- 6) Schwarzschild Untersuchungen zur geometrischen Optik I,
Einleitung in die Fehlertheorie auf Grund des Eikonalebegriffs. Göttingen 1905
- 7) A.Kerber Beiträge zur allgemeinen Fehlertheorie.
Z.Instrumentenk. 34 (1914), 173-179, 234-240
- 8) A.Sonnefeld Zwölf oder neun Fehler 5.Ordnung bei Linsenfolgen mit Rotationsflächen, die zu einer Achse symmetrisch liegen.
Z.Instrumentenk. 41 (1921), 259-261
- 9) H.Köhler Ein einfaches Verfahren zur Ermittlung der gesamten Zerstreuungsfigur optischer Geräte aus der meridionalen Durchrechnung auf Grund der Bildfehlertheorie 3.Ordnung.
Z.angew.Math.u.Mech. 30 (1950), 226-228
- 10) H.Köhler u. G.Pradel Eine neue Interpolationsmethode zur Ermittlung der gesamten Zerstreuungsfigur zentrierter optischer Systeme mit unendlich fernem Bild.
Z.angew.Math.u.Mech. 31 (1951), 47-53
- 11) W.Weinstein Wave-Front Aberrations of Oblique Pencils in a Symmetrical Optical System: Refraction and Transfer Formulae.
Proc.Phys.Soc.B 62 (1949), 726-740

The Computation of Wave-Front Aberrations of Oblique Pencils in a Symmetrical Optical System.
Proc.Phys.Soc.B 63 (1950), 709-723

- 12) M.v.Rohr Theorie und Geschichte des photographischen
Objektivs.
Berlin, Springer Verlag, 1899
- 13) H.Slevogt Formeln der SEIDELschen Theorie.
Optik 8 (1951), 63-67
- 14) - Zur Auswertung SEIDELscher Rechnungen: Vergleich
mit Fehlerdarstellungen nach v.ROHR und redu-
zierten Aberrationen.
Optik 8 (1951), 537-542
- 15) DRP Nr.636 167 (1933), Carl Zeiß, Jena
- 16) Französisches Patent Nr.935 617 (1946), M.M.Roussinov
- 17) M.Herzberger Light Distribution in the Optical Image.
J.opt.Soc.Amer. 37 (1947), 485-493
- 18) Patent Nr.938 335 (1956), Carl Zeiß, Oberkochen
- 19) M.M.Roussinov Das neue Weitwinkel-Photoobjektiv Russar 16.
aus: Untersuchungen über Aerovermessung und
Photogrammetrie.
herausgeg. vom Zentr.Wissensch. Forschungsinst.
für Geod., Aeroverm. und Kartographie.
Moskau 1939
- 20) F.Zernike Beugungstheorie des Schneidenverfahrens und seiner
verbesserten Form, der Phasenkontrastmethode.
Physica, 1 (1934), 689-704
- 21) H.Slevogt Kolleg über Beugungsoptik,
noch unveröffentlicht
- 22) J.Flügge Das photographische Objektiv.
Wien, Springer Verlag, 1955

Lebenslauf.

Am 25.1.1928 wurde ich, Anni Berger geb. Tews, als Tochter des Rotationsarbeiters Willy Tews und seiner Ehefrau Amalie geb. Ballendat in Berlin geboren. Von 1934 bis 1940 besuchte ich dort die 123. Grundschule und ab April 1940 die Händelschule, Oberschule für Mädchen in Aufbauform, an der ich am 16.7.1946 die Reifeprüfung ablegte.

Nach Absolvierung eines Vorkurses und der Praktikantenzeit begann ich im Wintersemester 1947/48 an der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg das Studium der Physik, welches am 3.5.1954 mit der Diplom-Hauptprüfung abschloß. Neben dem Studium war ich von August 1948 bis März 1953 am Lehrstuhl für Experimentalphysik bei Herrn Professor Dr.C.Ramsauer als Hilfsassistentin tätig.

Meine Diplomarbeit "Aufbau einer Apparatur zur Bestimmung der Feinverteilung des Streulichtes polierter Glasflächen" und die hiermit vorgelegte Dissertation habe ich unter Anleitung von Herrn Professor Dr.phil.H.Slevogt am Optischen Institut der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg durchgeführt.