



Das Fisher-Skellam-Modell für die Ausbreitung des Neolithikums und Vergleich mit Datierungen für die Linearbandkeramik

Axel Berger

Institut für Ur- und Frühgeschichte
Universität zu Köln

Diffusionäre Prozesse im Neolithikum Mitteleuropas

Wintersemester 2008/09

Prof. Dr. Andreas Zimmermann





Gliederung

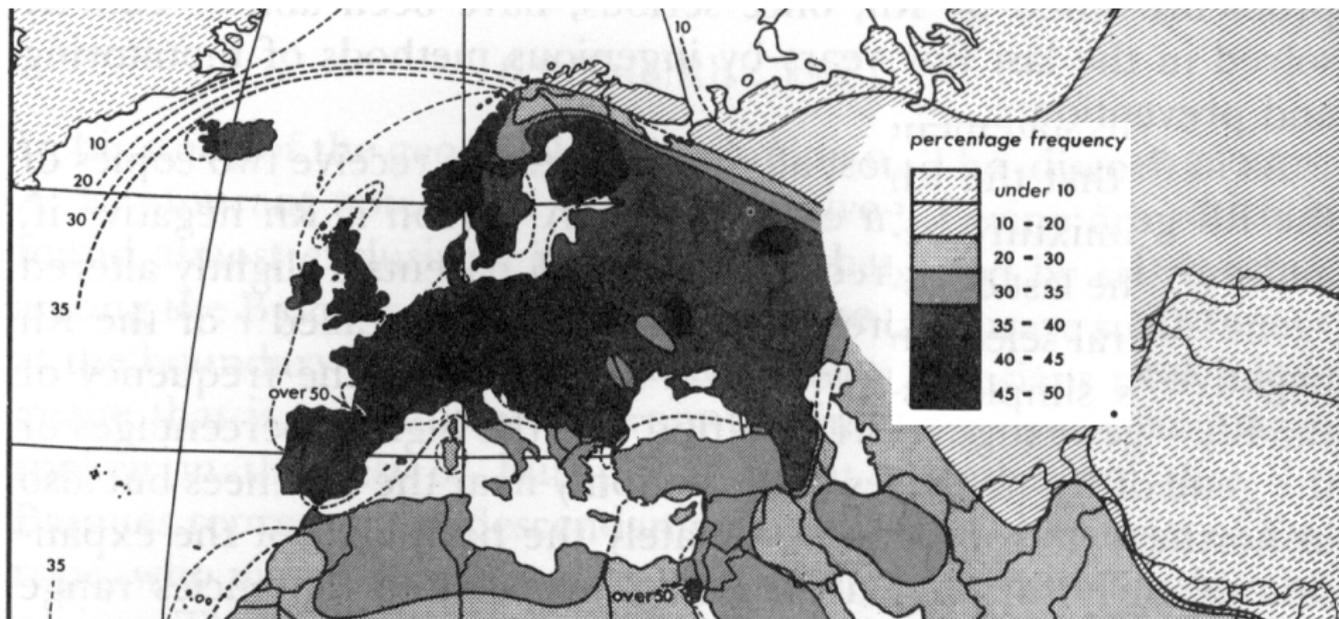
- 1 Menschen oder Ideen?
- 2 Die Ausbreitung des Neolithikums
- 3 Die Ausbreitungswelle nach Fisher und Skellam
- 4 Sonderfall der Linearbandkeramik



Gliederung

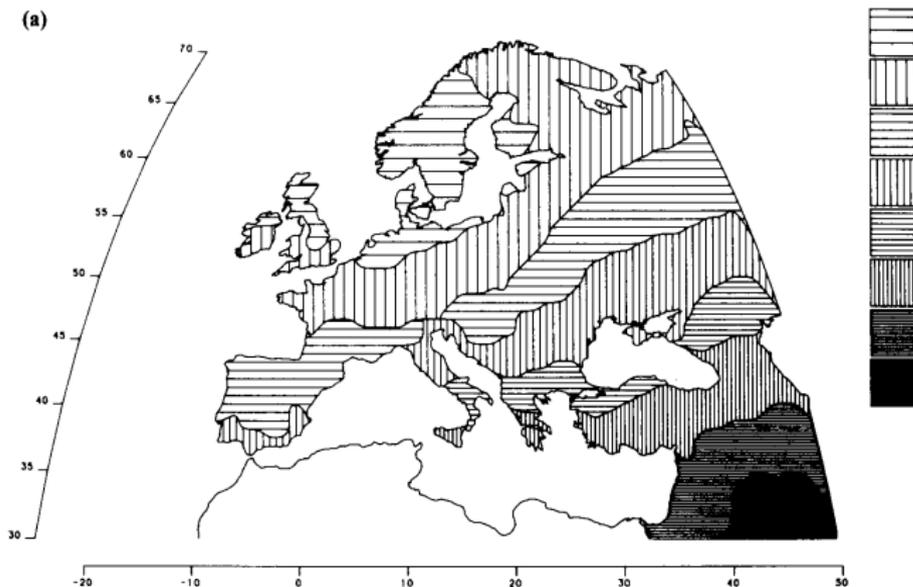
- 1 Menschen oder Ideen?**
 - Der Rhesusfaktor
 - Die Hauptkomponentenanalyse
 - Das Y-Chromosom
- 2 Die Ausbreitung des Neolithikums
- 3 Die Ausbreitungswelle nach Fisher und Skellam
- 4 Sonderfall der Linearbandkeramik

Der Rhesusfaktor



Verbreitung des Gens für den Rhesusfaktor Negativ (Mourant et al. nach Ammerman und Cavalli-Sforza)

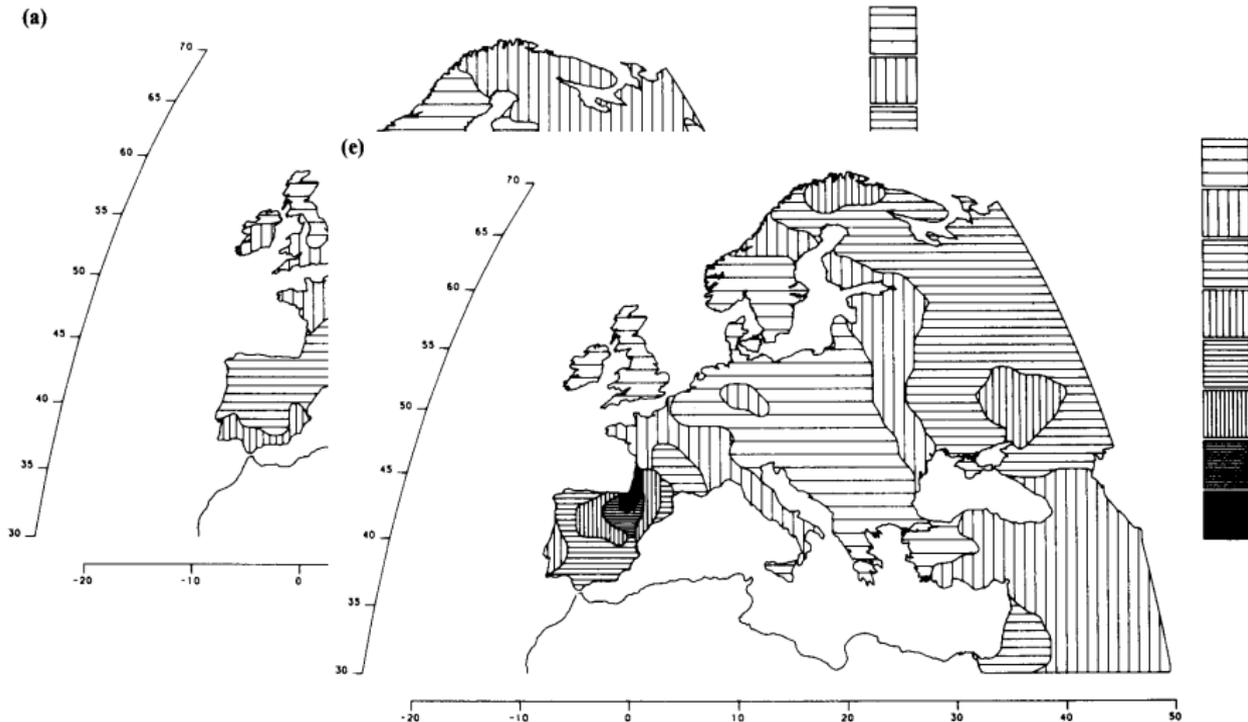
Die Hauptkomponentenanalyse



Verbreitungskarte der ersten Hauptkomponente der Genvariation

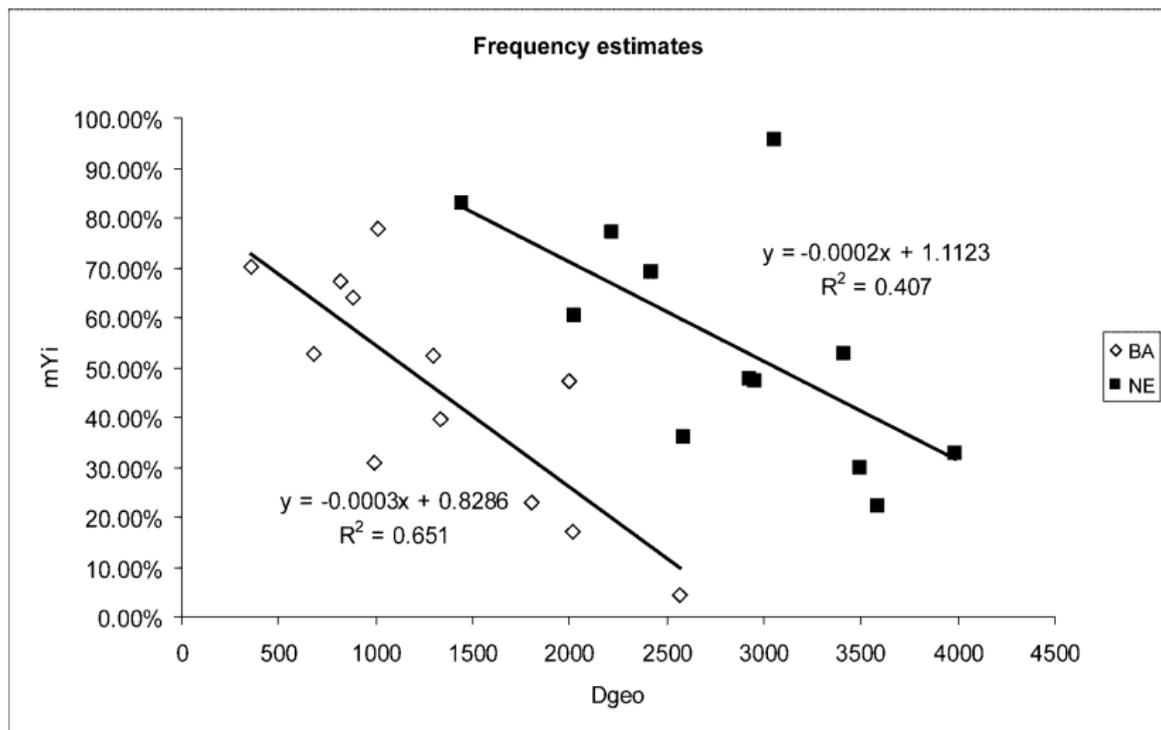


Die Hauptkomponentenanalyse





Das Y-Chromosom



Anteile der Basken und des nahen Ostens am heutigen Genpool in Abhängigkeit von der Entfernung zum jeweiligen Ursprungszentrum

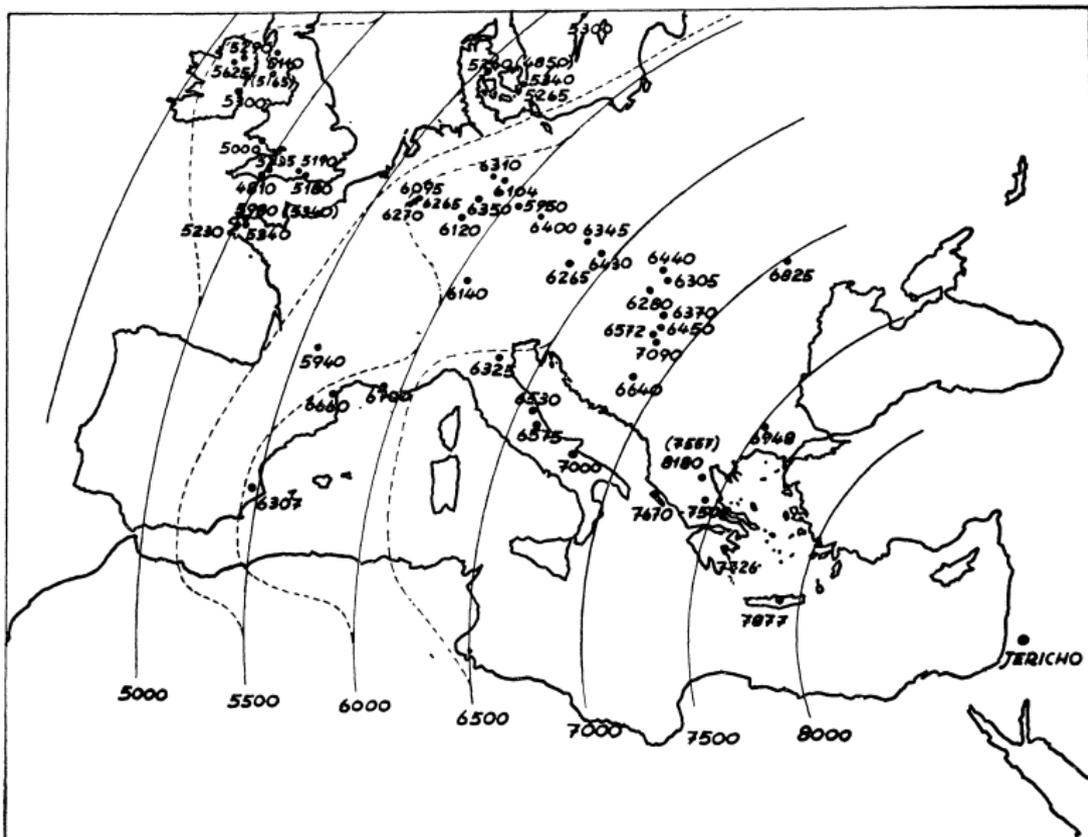


Gliederung

- 1 Menschen oder Ideen?
- 2 Die Ausbreitung des Neolithikums**
 - Ammerman und Cavalli-Sforza
 - Pinhasi, Fort und Ammerman
 - CalPal-Datenbank
- 3 Die Ausbreitungswelle nach Fisher und Skellam
- 4 Sonderfall der Linearbandkeramik



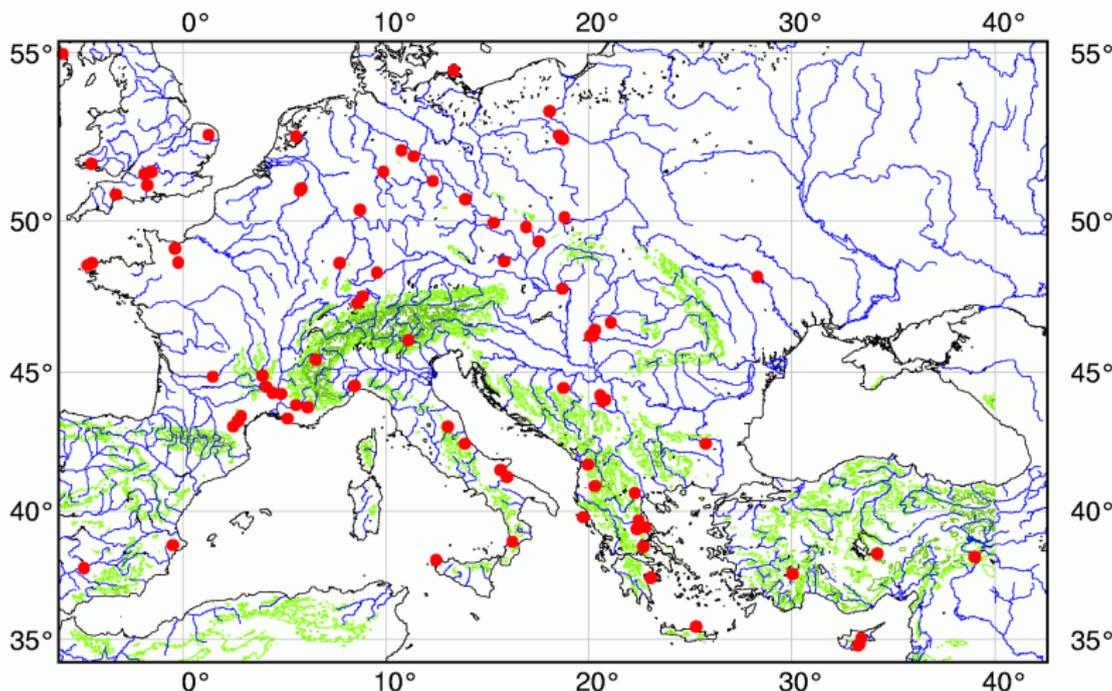
Ausbreitungskarte nach Ammerman 1971



Zeitangaben
in unka-
librierten
Radiokarbon-
jahren bp



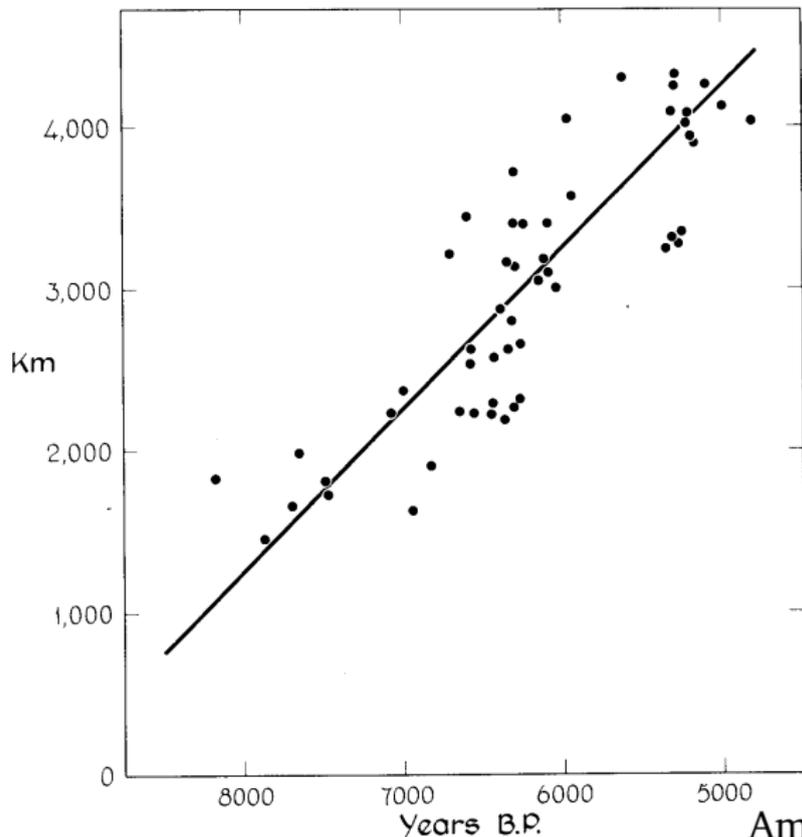
Die Siedlungen bei Ammerman und Cavalli-Sforza



Lage der 103 von Ammerman und Cavalli-Sforza berücksichtigten Siedlungen



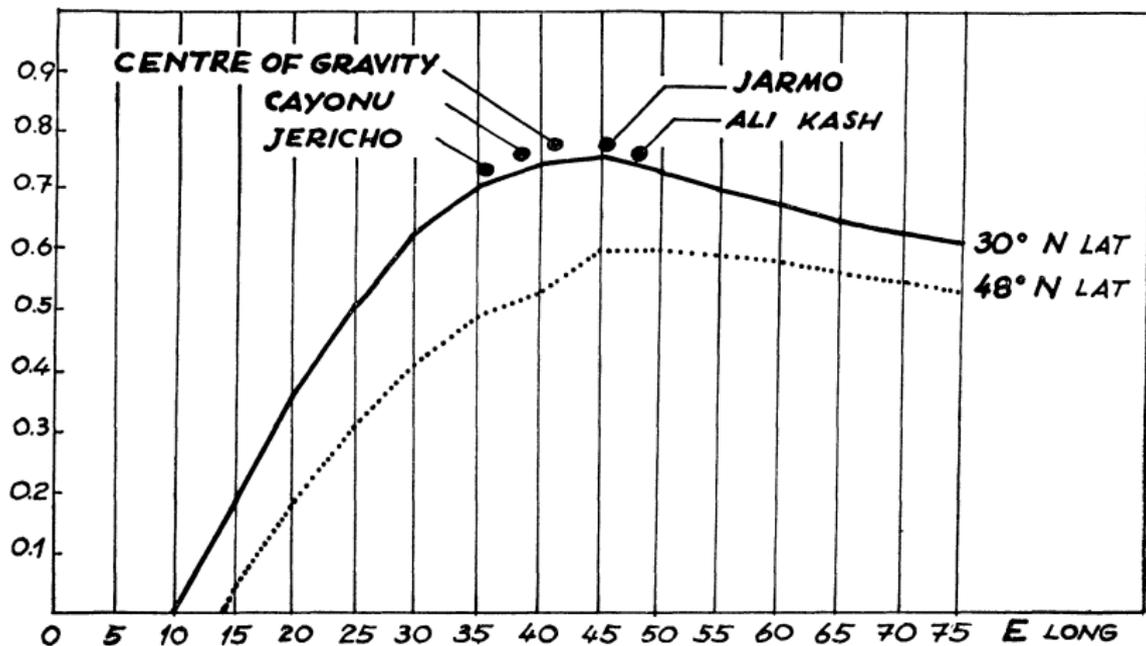
Verteilung nach Ammerman 1973



Verteilung der 103
Fundplätze von Ammerman
1973 nach Entfernung und
Ankunftszeit



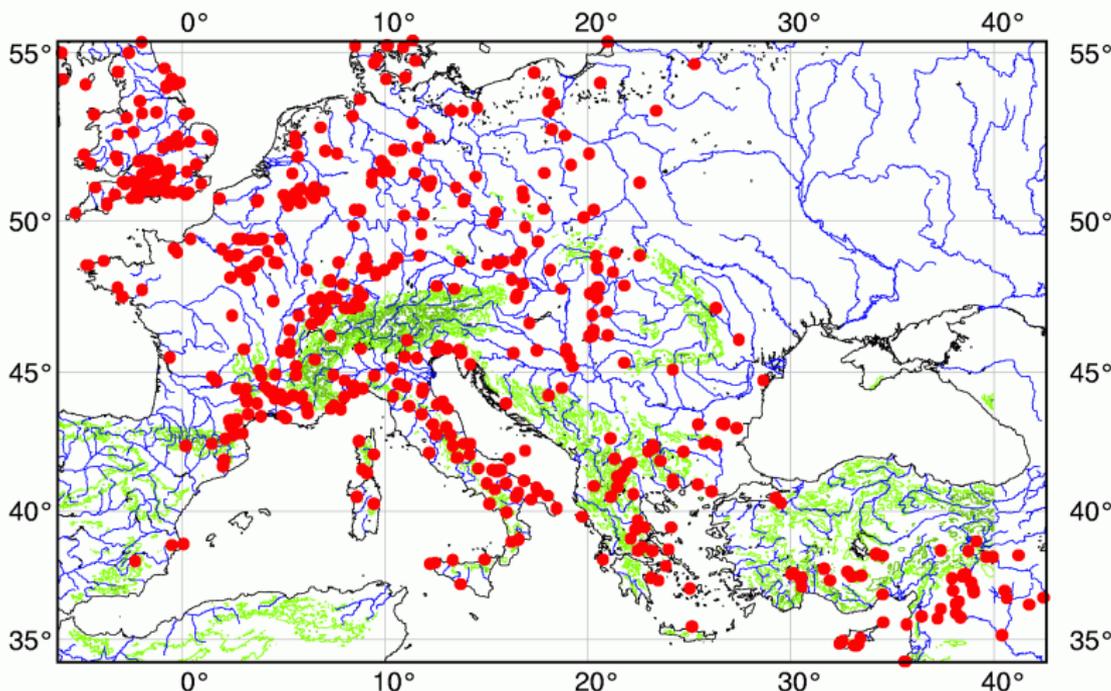
Suche nach dem Zentrum



Korrelationskoeffizienten der Ausbreitungsgeraden für verschiedene Zentren



Die Siedlungen bei Pinhasi, Fort und Ammerman

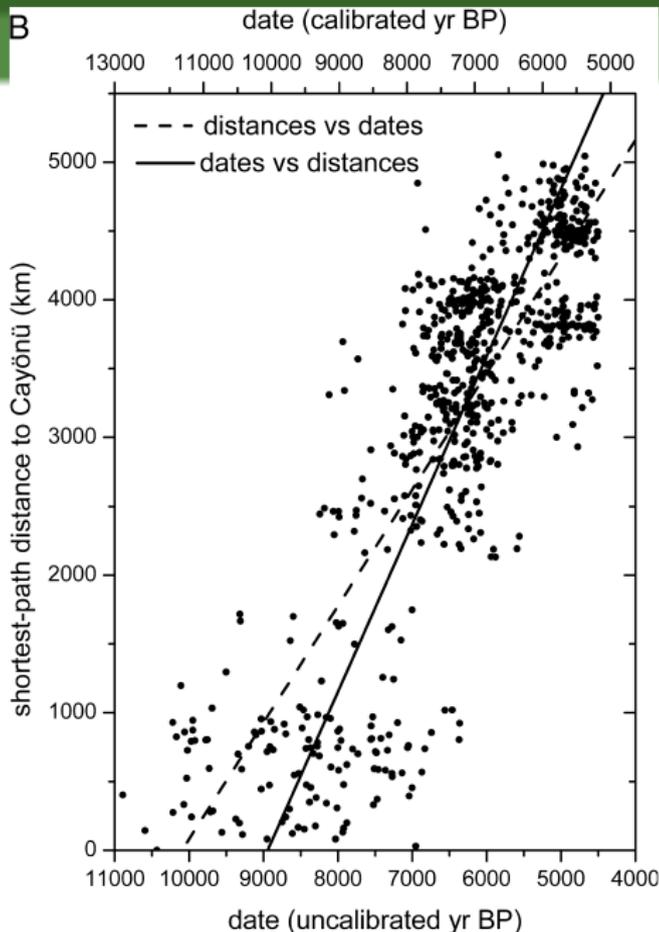


Lage der 765 von Pinhasi, Fort und Ammerman berücksichtigten Siedlungen



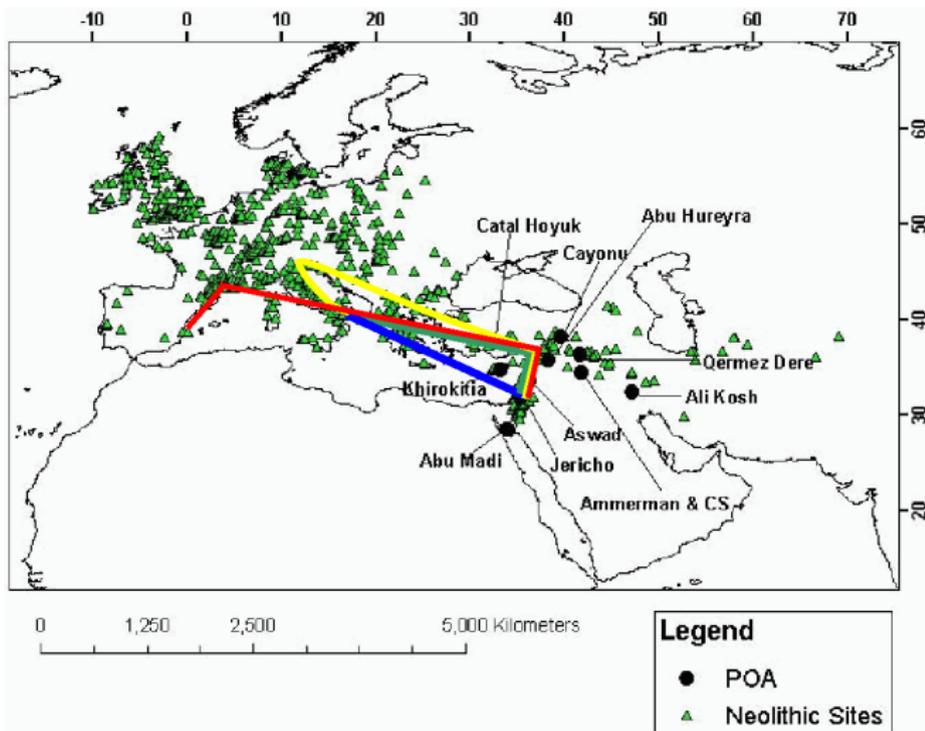
Verteilung nach Pinhasi 2005

Verteilung der 765 Fundplätze von Pinhasi nach Ankunftszeit und Entfernung auf dem kürzesten Landweg sowie die beiden Regressionsgeraden mit Entfernung und Zeit als unabhängiger Variablen



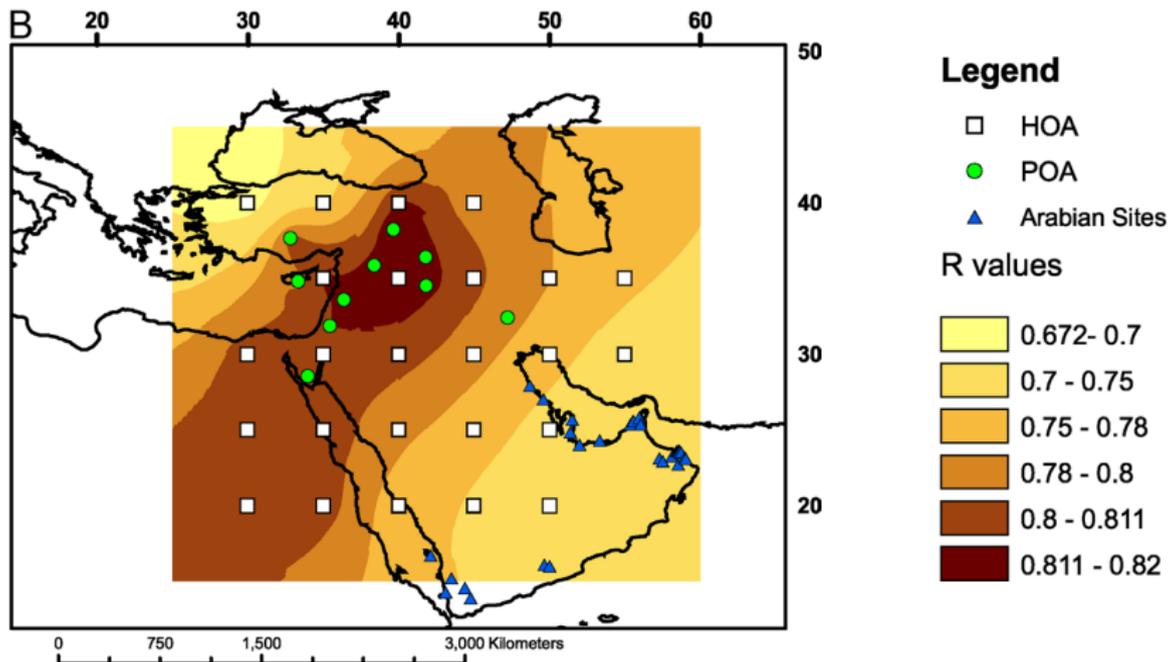
Die Konstruktion des kürzesten Landweges

Konstruktion der kürzesten Landwege. Die Luftlinie, blau, führt mitten durchs Meer; der reine Landweg, gelb, stellt einen großen Umweg dar; gewählt wurde die grüne Route, die auch kurze Seewege zulässt, die durch neolithische Plätze auf Inseln belegt sind. POA: Probable centres of Origin of Agriculture





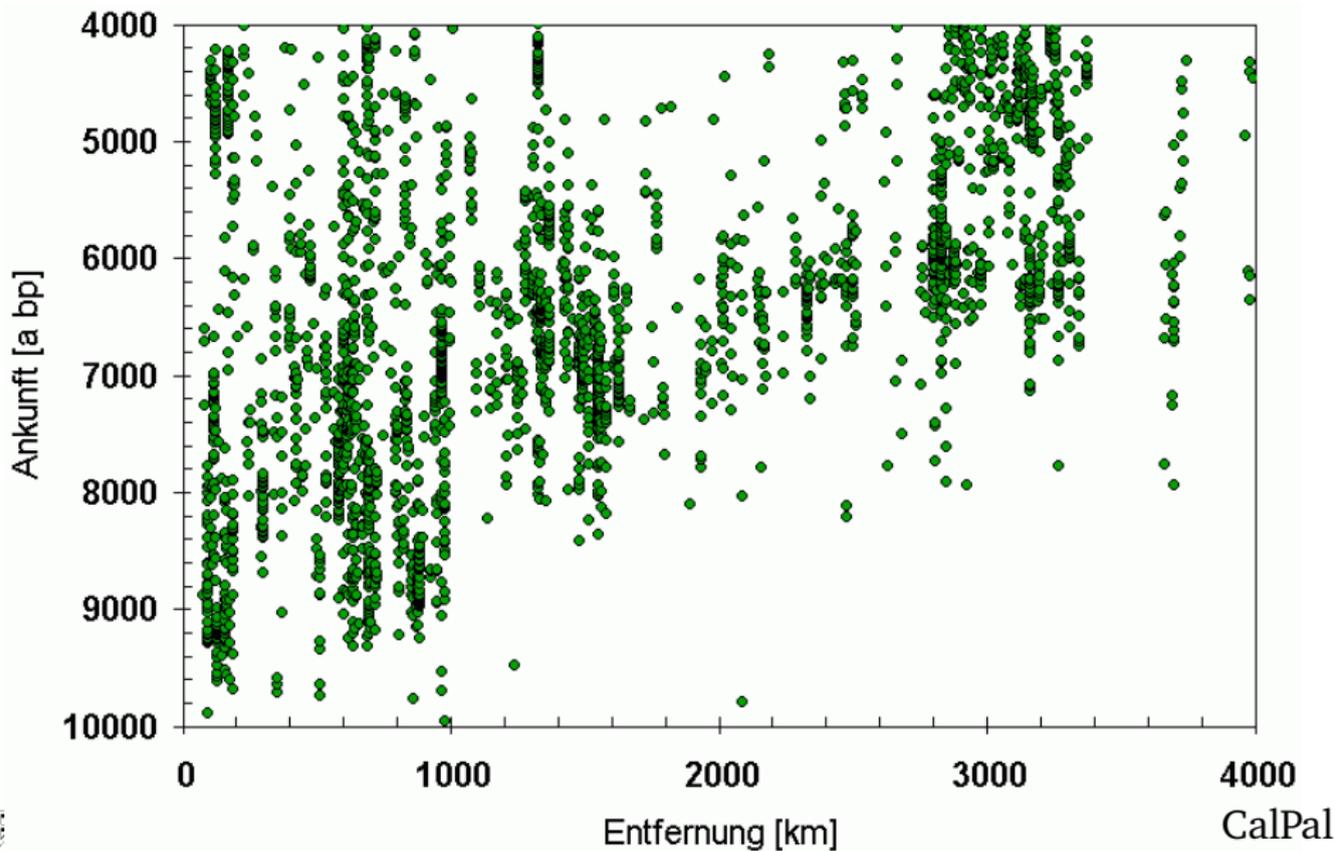
Wahrscheinliche Lage des Ausbreitungszentrums



Wahrscheinliche Lage des Ausbreitungszentrums aus der Regressionsanalyse mit Entfernungen auf kürzesten Landwegen. POA: Probable centres of Origin of Agriculture, HOA: Hypothetical centres of Origin of Agriculture

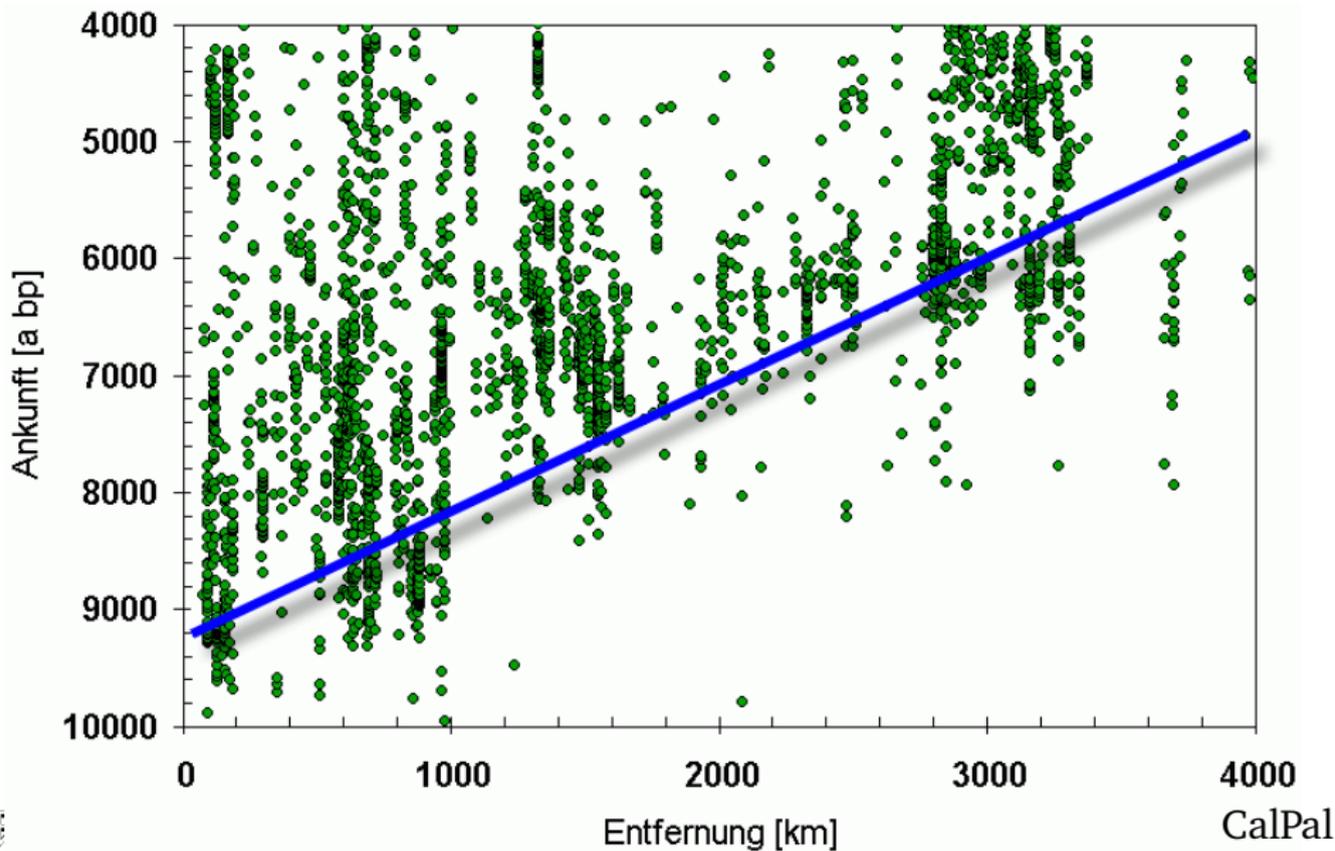


2857 neolithische Daten aus der CalPal-Datenbank





2857 neolithische Daten aus der CalPal-Datenbank





Gliederung

- 1 Menschen oder Ideen?
- 2 Die Ausbreitung des Neolithikums
- 3 Die Ausbreitungswelle nach Fisher und Skellam**
 - Die Fisher-Skellam-Formel für die lokale Bevölkerungsdichte
 - Das autochthone Wachstum
 - Das Wachstum durch Zuwanderung
 - Die Fisher-Skellam-Gleichung
 - Die Ausbildung der Welle
 - Die quantitative Anwendung des Modells
 - Die zeitverzögerte Lösung
- 4 Sonderfall der Linearbandkeramik



Das autochthone Wachstum

logistische Wachstumskurve

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) \quad (1)$$

Definitionen

n : Bevölkerungsdichte [Personen/km²]



Das autochthone Wachstum

logistische Wachstumskurve

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) \quad (1)$$

Definitionen

n : Bevölkerungsdichte [Personen/km²]

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]



Das autochthone Wachstum

logistische Wachstumskurve

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) \quad (1)$$

Definitionen

n : Bevölkerungsdichte [Personen/km²]

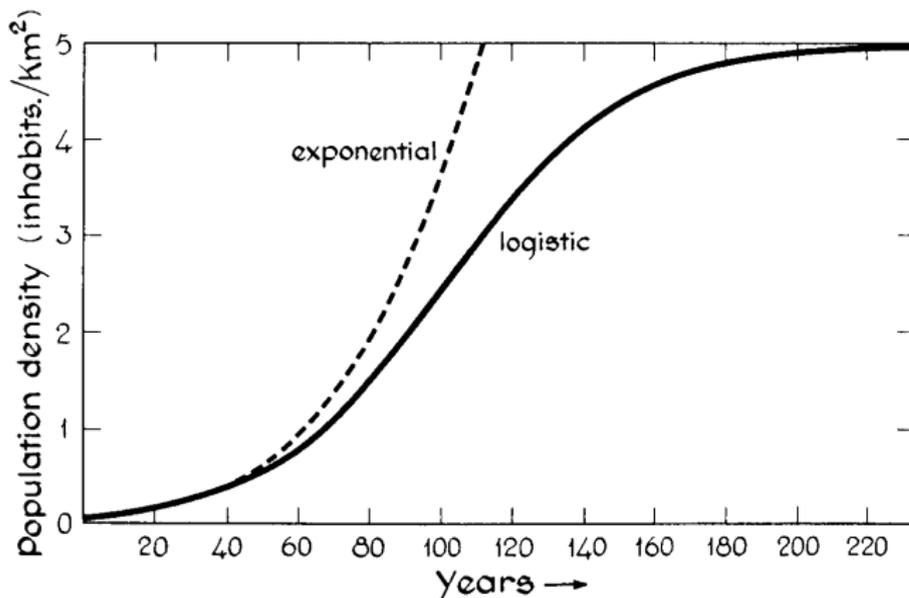
α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

N : Tragfähigkeit [Personen/km²]



Die Fisher-Skellam-Formel für die lokale Bevölkerungsdichte

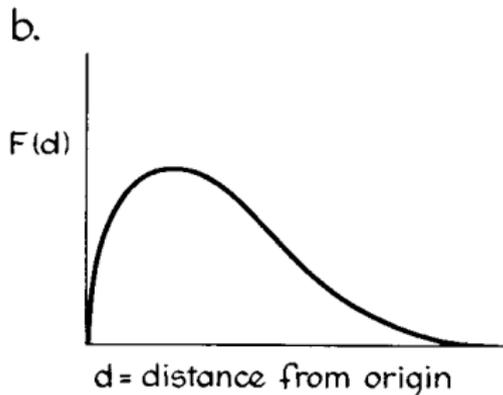
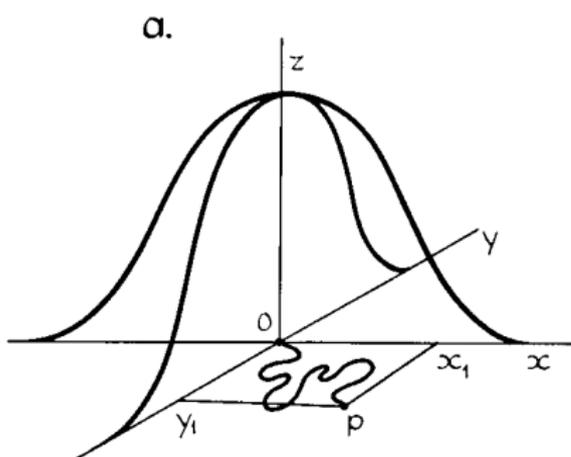
Das logistische Wachstum



Vergleich von
exponentiellem
und logistischem
Wachstum bei einer
Anfangssteigung von
3.9%/a



Die Zufallsbewegung



Verteilung der Zielpunkte und Entfernungen der Migration nach einem Zeitschritt bei rein zufälliger Diffusionsbewegung

$$d^2 \sim t, \quad \bar{d} \sim \sqrt{t}$$



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Diffusionsbewegung

$$\vec{J} = -D \frac{dn}{d\vec{r}} = -D \vec{\nabla} n \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} n) = D \vec{\nabla}^2 n \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 &= \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \\ &= \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\varphi^2} \simeq \frac{d^2}{dr^2} \end{aligned}$$

Definitionen

\vec{J} : Nettostrom [$1/\text{km a}$]

D : Diffusionskoeffizient [km^2/a]



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Diffusionsbewegung

$$\vec{J} = -D \frac{dn}{d\vec{r}} = -D \vec{\nabla} n \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} n) = D \vec{\nabla}^2 n \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 &= \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \\ &= \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\varphi^2} \simeq \frac{d^2}{dr^2} \end{aligned}$$

Definitionen

\vec{J} : Nettostrom [$1/\text{km a}$]

D : Diffusionskoeffizient [km^2/a]



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Diffusionsbewegung

$$\vec{J} = -D \frac{dn}{d\vec{r}} = -D \vec{\nabla} n \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} n) = D \vec{\nabla}^2 n \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 &= \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \\ &= \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\varphi^2} \approx \frac{d^2}{dr^2} \end{aligned}$$

Definitionen

\vec{J} : Nettostrom [$1/\text{km a}$]

D : Diffusionskoeffizient [km^2/a]



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Diffusionsbewegung

$$\vec{J} = -D \frac{dn}{d\vec{r}} = -D \vec{\nabla} n \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} n) = D \vec{\nabla}^2 n \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 &= \frac{d^2}{dx^2} + \cancel{\frac{d^2}{dy^2}} \\ &= \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \cancel{\frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\varphi^2}} \approx \frac{d^2}{dr^2} \end{aligned}$$

Definitionen

\vec{J} : Nettostrom [$1/\text{km a}$]

D : Diffusionskoeffizient [km^2/a]



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Zuwanderung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \vec{\nabla}^2 n = D \frac{d^2 n}{dr^2}$$

$$D = \frac{m^2}{2d(1a)} = \frac{\mu^2}{2d\tau}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Definitionen



Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Zuwanderung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \vec{\nabla}^2 n = D \frac{d^2 n}{dr^2}$$

$$D = \frac{m^2}{2d(1a)} = \frac{\mu^2}{2d\tau}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Definitionen

d : Zahl der Dimensionen [2]

m : Migration pro Jahr [km]





Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Zuwanderung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \vec{\nabla}^2 n = D \frac{d^2 n}{dr^2}$$

$$D = \frac{m^2}{2d(1a)} = \frac{\mu^2}{2d\tau}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Definitionen

d : Zahl der Dimensionen [2]

μ : Migration pro Generation [km]

m : Migration pro Jahr [km]

τ : Dauer einer Generation [a]





Das Wachstum durch Zuwanderung

Die Zuwanderung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \vec{\nabla}^2 n = D \frac{d^2 n}{dr^2}$$

$$D = \frac{m^2}{2d(1a)} = \frac{\mu^2}{2d\tau}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Definitionen

d : Zahl der Dimensionen [2]

μ : Migration pro Generation [km]

m : Migration pro Jahr [km]

τ : Dauer einer Generation [a]





Die Fisher-Skellam-Gleichung

Die komplette Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + D \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2} \quad (4)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

μ : Migration pro Generation [km]

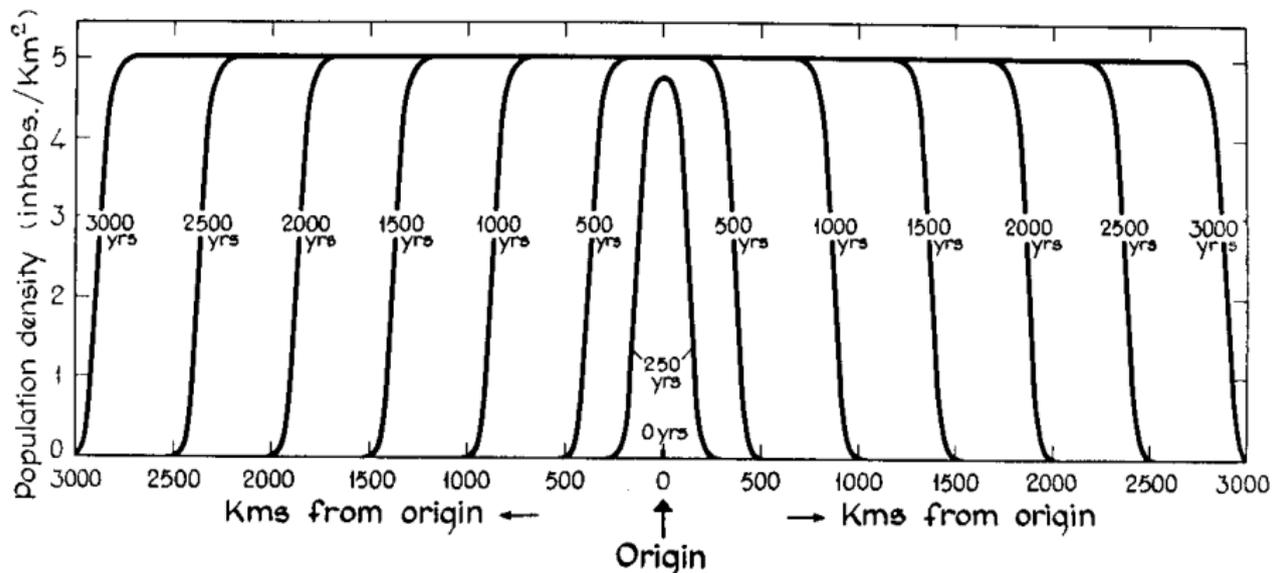
N : Tragfähigkeit [Personen/km²]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die Fisher-Skellam-Formel für die lokale Bevölkerungsdichte

Die Ausbreitungswelle



Die Ausbreitung einer logistisch wachsenden Bevölkerung von einem Zentrum aus



Die Ausbildung der Welle

Die Fisher-Skellam-Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Die Geschwindigkeit der Welle

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

N : Tragfähigkeit [Personen/km²]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die Ausbildung der Welle

Die Fisher-Skellam-Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Die Geschwindigkeit der Welle

$$v \geq 2\sqrt{D\alpha} = 2\sqrt{\frac{\mu^2\alpha}{4\tau}} = \mu\sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \quad (5)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

N : Tragfähigkeit [Personen/km²]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die Ausbildung der Welle

Die Fisher-Skellam-Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Die Geschwindigkeit der Welle

$$v \geq 2\sqrt{D\alpha} = 2\sqrt{\frac{\mu^2\alpha}{4\tau}} = \mu\sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \quad (5)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

N : Tragfähigkeit [Personen/km²]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die Ausbildung der Welle

Die Fisher-Skellam-Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha n \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\mu^2}{4\tau} \cdot \frac{d^2 n}{dr^2}$$

Die Geschwindigkeit der Welle

$$v \geq 2\sqrt{D\alpha} = 2\sqrt{\frac{\mu^2\alpha}{4\tau}} = \mu\sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \quad (5)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

N : Tragfähigkeit [Personen/km²]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



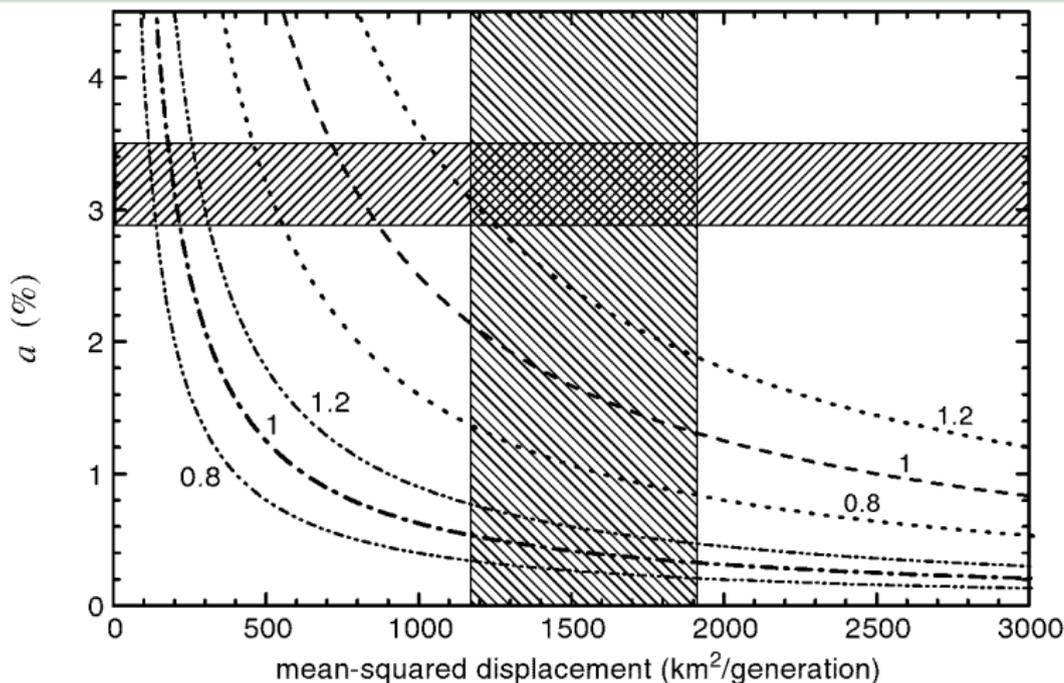
Die Werte der Parameter

Autor	α [%/a]	τ [a]	μ [km]	Proxy zur Bestimmung von μ
Pinhasi 2005	2.9–3.5	29–35	30–47	Entfernung vom Geburtsort zu dem eines Elternteils
Ammerman 1984	0.6–3.0	25	17–45	Geburtsorte von Mann und Frau oder Wohnort als Erwachsener und Geburtsort
Rendine 1986	1.6	25	31	wie Pinhasi 2005
Fort 2002	2.9–3.5	25–28	34–44	Mittel aus Ammerman 1984 und Pinhasi 2005

Spannbreiten der von verschiedenen Autoren verwendeten Werte der ethnographisch erschließbaren Parameter.



Die quantitative Anwendung des Modells



Parametervariation der Ausbreitungsgeschwindigkeit für eine Generationsdauer von $\tau = 25a$. Hervorgehoben sind die ethnographisch wahrscheinlichsten Bereiche für α und μ^2 . Die untere Kurvenschar ist mit der falschen Gleichsetzung von $D = \mu^2/\tau$ in Am84 berechnet.



Die zeitverzögerte Lösung

Die Geschwindigkeit nach Fisher und Skellam

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad v \geq 2\sqrt{D\alpha} = \mu\sqrt{\alpha/\tau}$$

Die zeitverzögerte Diffusion

$$\vec{J}(\vec{r}, t+\tau) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad (6)$$

$$v = \frac{2\sqrt{D\alpha}}{1 + 1/2 \alpha\tau} = \frac{\mu\sqrt{\alpha/\tau}}{1 + 1/2 \alpha\tau} \quad (7)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die zeitverzögerte Lösung

Die Geschwindigkeit nach Fisher und Skellam

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad v \geq 2\sqrt{D\alpha} = \mu\sqrt{\alpha/\tau}$$

Die zeitverzögerte Diffusion

$$\vec{J}(\vec{r}, t + \tau) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad (6)$$

$$v = \frac{2\sqrt{D\alpha}}{1 + 1/2 \alpha\tau} = \frac{\mu\sqrt{\alpha/\tau}}{1 + 1/2 \alpha\tau} \quad (7)$$

Definitionen

α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die zeitverzögerte Lösung

Die Geschwindigkeit nach Fisher und Skellam

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad v \geq 2\sqrt{D\alpha} = \mu\sqrt{\alpha/\tau}$$

Die zeitverzögerte Diffusion

$$\vec{J}(\vec{r}, t + \tau) = -D\vec{\nabla}n(\vec{r}, t) \quad (6)$$

$$v = \frac{2\sqrt{D\alpha}}{1 + 1/2 \alpha\tau} = \frac{\mu\sqrt{\alpha/\tau}}{1 + 1/2 \alpha\tau} \quad (7)$$

Definitionen

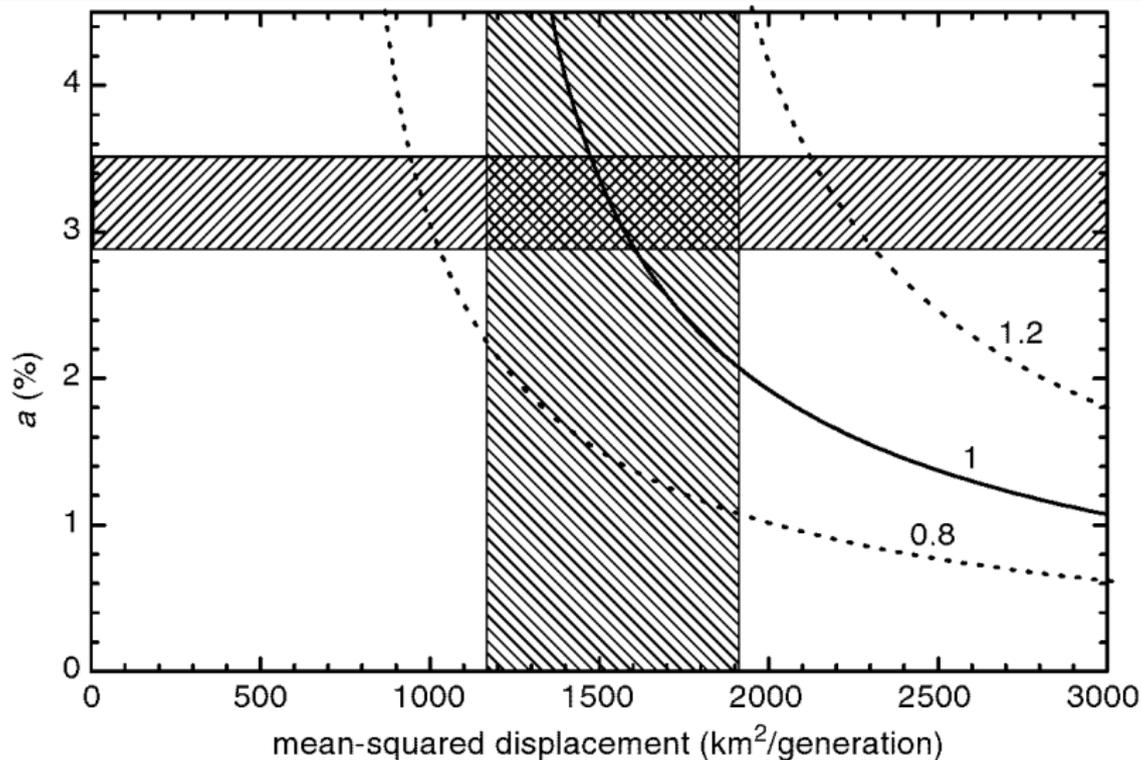
α : max. Bevölkerungswachstum [%/a]

μ : Migration pro Generation [km]

τ : Dauer einer Generation [a]



Die Anwendung des Modells mit Zeitverzögerung



Parametervariation der Ausbreitungsgeschwindigkeit bei zeitverzögerter Diffusion für eine Generationsdauer von $\tau = 25a$.



Eine Bestätigung des Modells

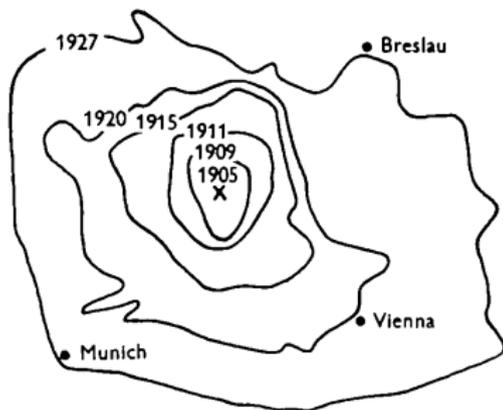


Fig. 1

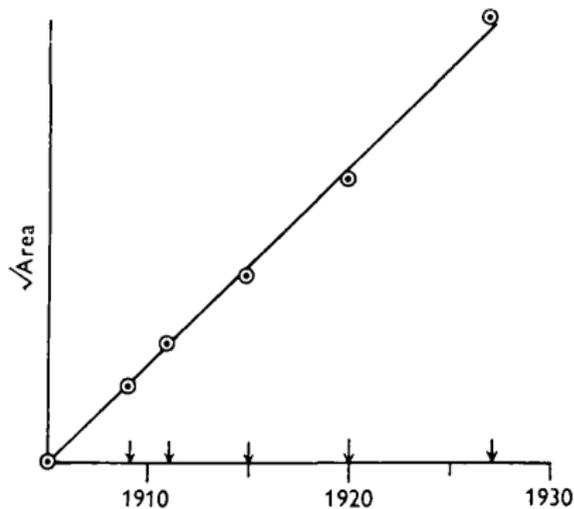


Fig. 2

Die Ausbreitung der Bismarckratte von einem Zentrum in Böhmen

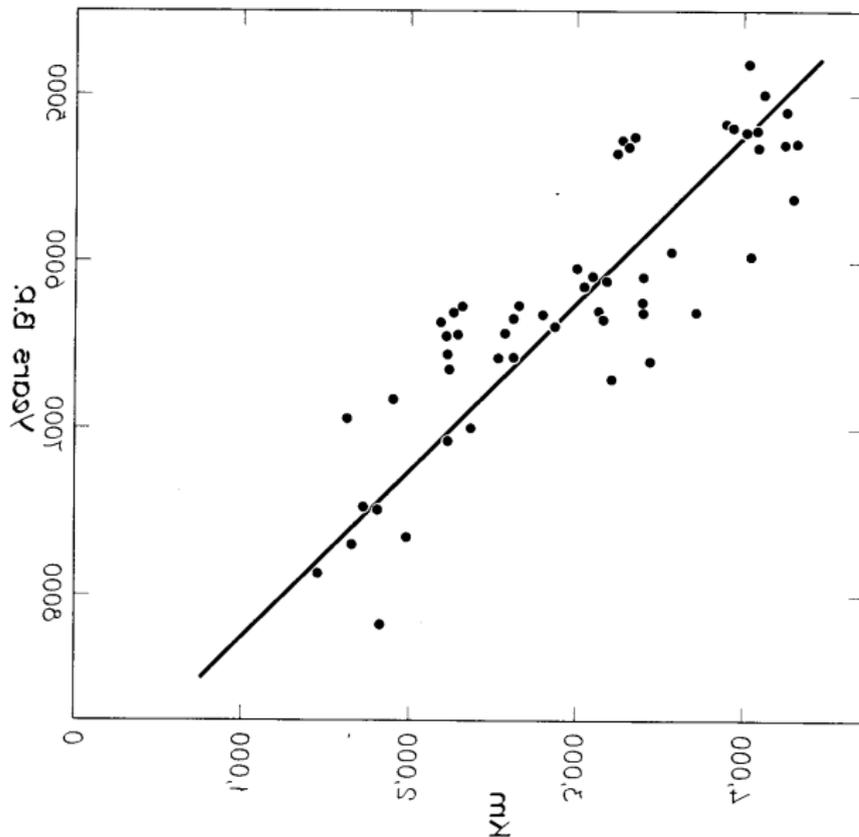


Gliederung

- 1 Menschen oder Ideen?
- 2 Die Ausbreitung des Neolithikums
- 3 Die Ausbreitungswelle nach Fisher und Skellam
- 4 **Sonderfall der Linearbandkeramik**
 - Ammerman 1971 und 1984
 - Pinhasi 2005
 - Stäuble 2005 und Lüning 2005
 - Résumé



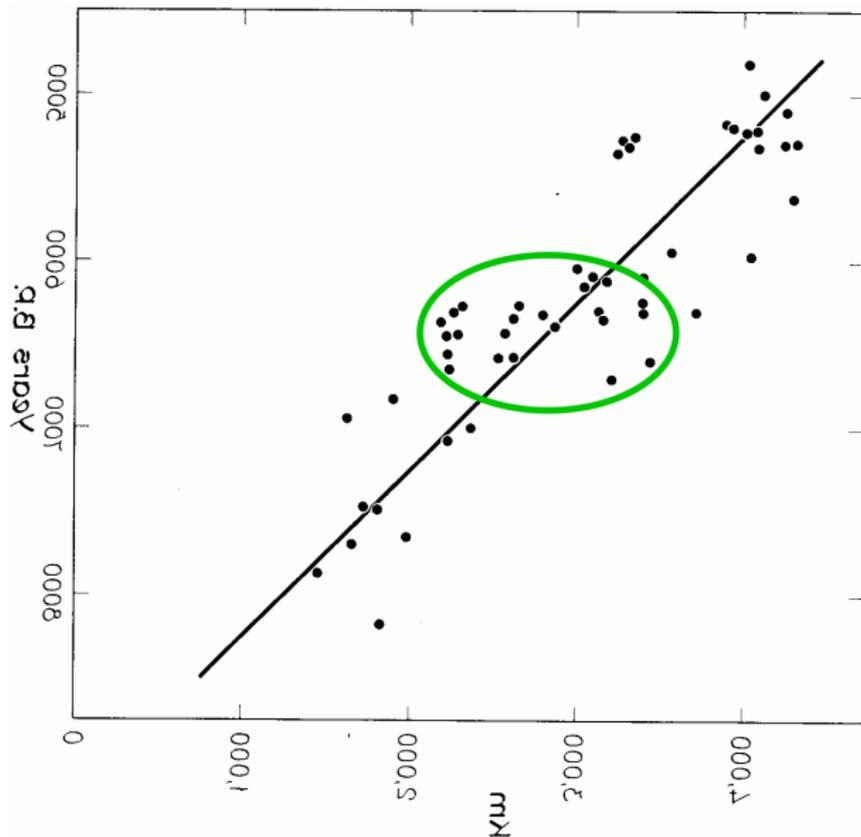
Ammerman 1971 und 1984



Gespiegelte Fassung
der Regression aus
Ammerman 1973.



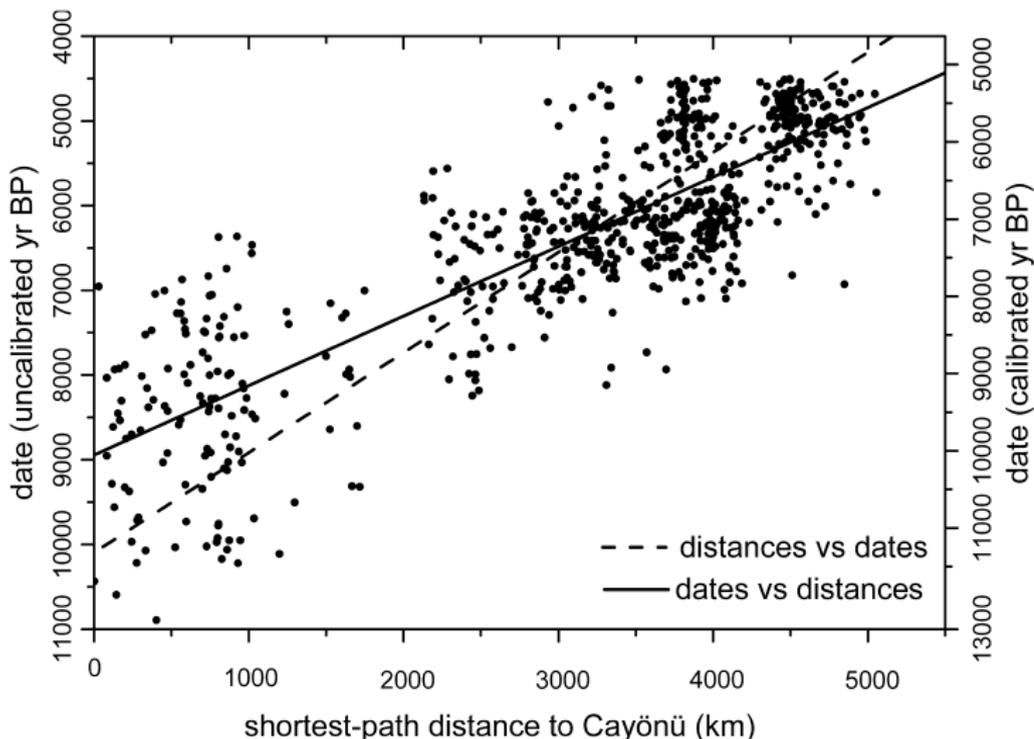
Ammerman 1971 und 1984



Gespiegelte Fassung
der Regression aus
Ammerman 1973.
Der Teildatensatz
für die Linear-
bandkeramik ist
hervorgehoben.



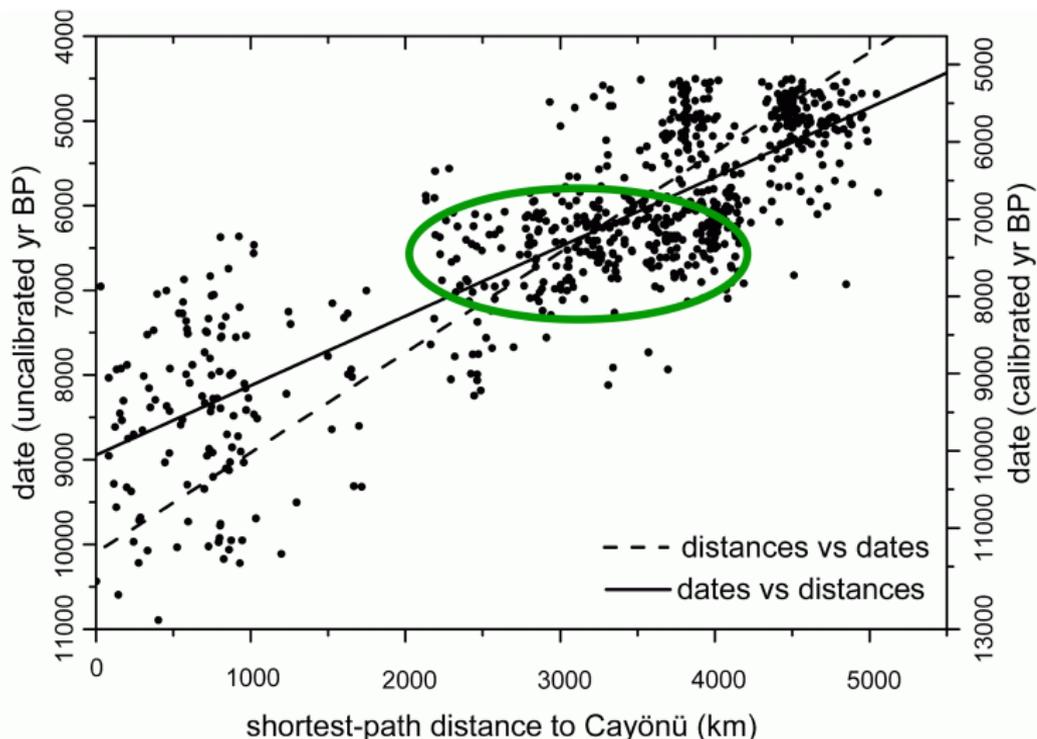
Pinhasi 2005



Gedrehte Version der Regression von Pinhasi 2005



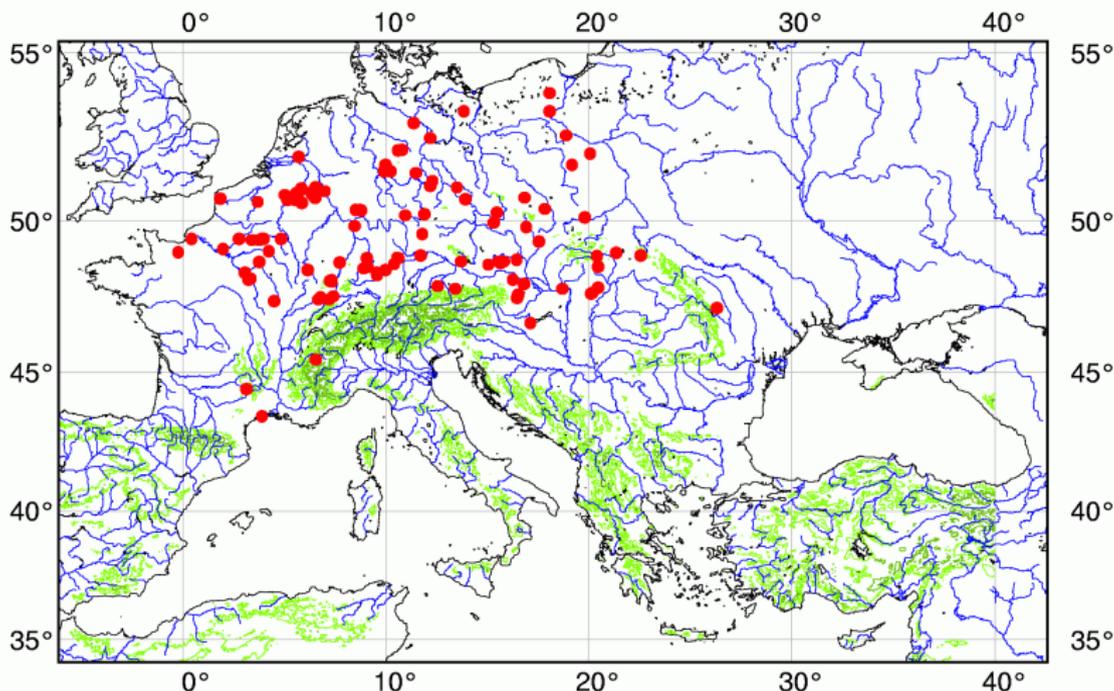
Pinhasi 2005



Gedrehte Version der Regression von Pinhasi 2005 mit Hervorhebung des Zeitfensters der älteren Linearbandkeramik.



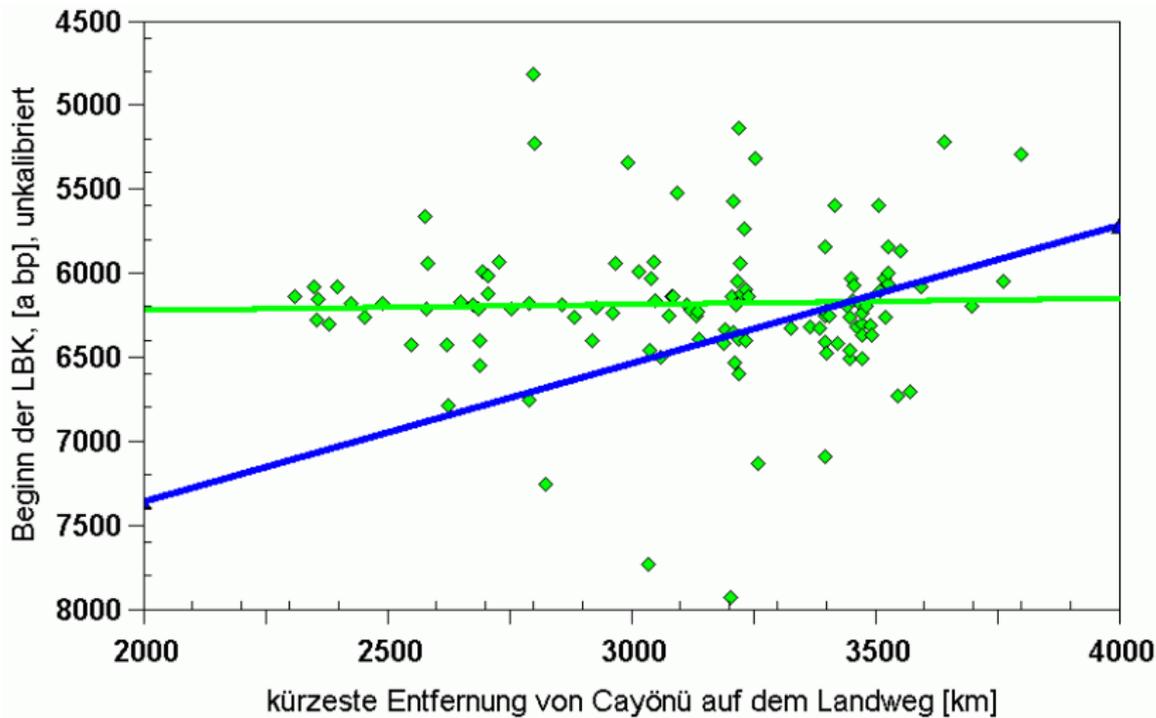
Lage der 118 Daten zur Linearbandkeramik



Lage der 118 von Pinhasi der Linearbandkeramik zugeordneten Siedlungen



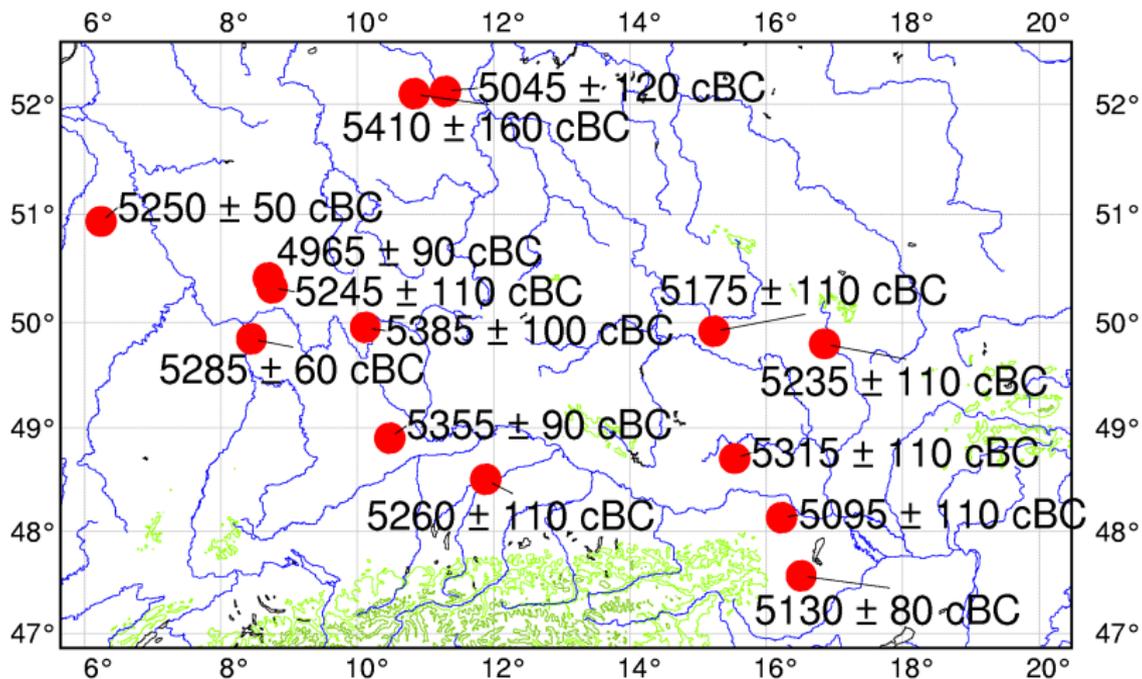
Verteilung der 118 Daten zur Linearbandkeramik



Verteilung der 118 Daten zur Linearbandkeramik aus Pinhasi 2005. Die blaue Gerade entspricht der Regression über alle Daten.

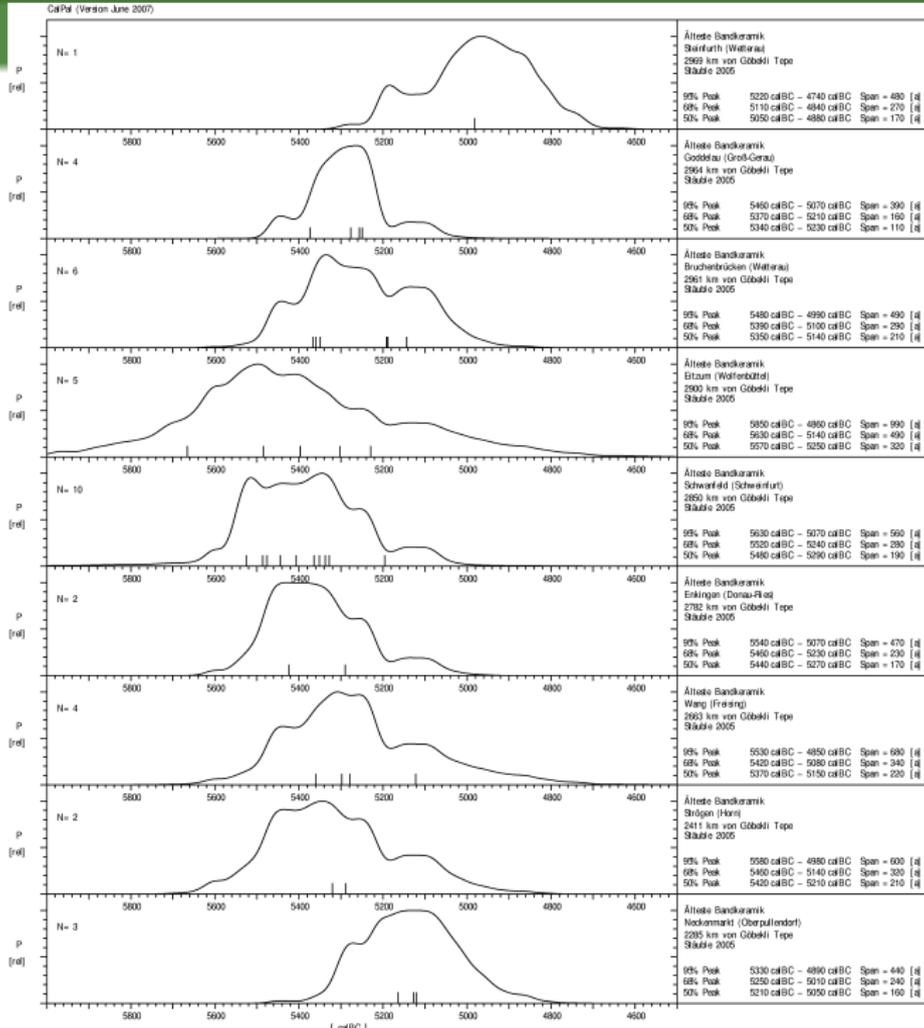


Lageplan der von Harald Stäuble besprochenen Siedlungen



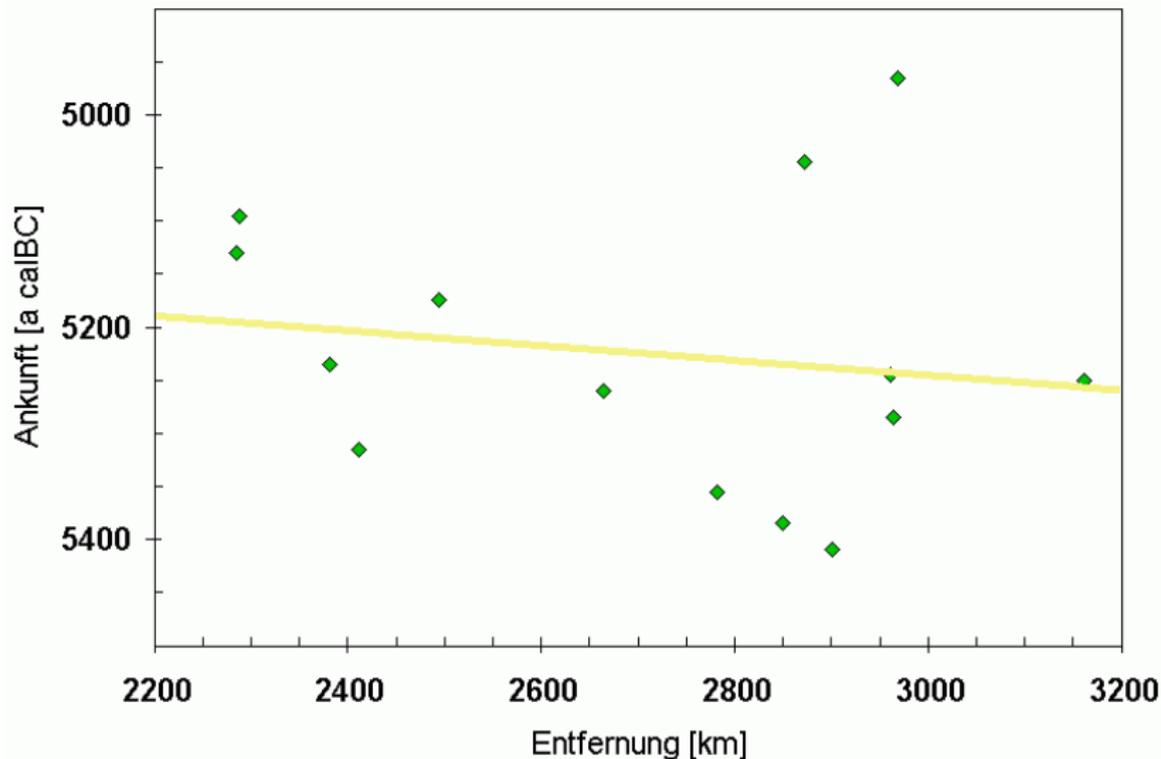
Lageplan und kalibrierte Alter in Jahren BC der 14 von Harald Stäuble und Jens Lüning besprochenen Siedlungen

Kalibration





Linearbandkeramik nach Stäuble und Lüning



Die 14 Daten zur Linearbandkeramik aus Stäuble 2005 und Lüning 2005.



Résumé

Insgesamt scheint die Linearbandkeramik in den Fehlergrenzen der Datierungen in fast ihrem gesamten Verbreitungsgebiet genau gleichzeitig aufgetreten zu sein. Eine zeitliche Staffelung von Südosten nach Nordwesten ist nicht erkennbar. Eine Erklärung dieses Phänomens steht aus, die bisher vorgelegten Modelle sind nicht dazu imstande.